UNIVERSITÉ HENRI POINCARÉ
FACULTÉ DES SCIENCES

DIPLÔME : Licence de Physique
Epreuve de : UE 8a
Examen de septembre
Date : septembre 2001
Horaire : h00 à h00

SUJET D'EXAMEN :
Rédacteurs : B. Berche et A. Schuhl
Documents non autorisés
Calculatrices autorisées
Durée : 2h00

Les résultats de l'exercice 1 sont utilisés dans l'exercice 2. Dans les exercices 1 et 2, on notera avec une étoile les grandeurs se rapportant au référentiel propre.

1. Transformation de l'angle solide

Une source de lumière en mouvement à la vitesse $\mathbf{v}$ par rapport à un référentiel $\mathcal{R}$ émet un rayonnement isotrope caractérisé par le nombre $\mathrm{d}N(\theta^*)$ de photons émis pendant une durée $\mathrm{d}t$ entre les cônes d'angles d'ouverture θ^* et $\theta^* + \mathrm{d}\theta^*$: $\frac{\mathrm{d}N(\theta^*)}{N_0} = \frac{\mathrm{d}\Omega^*}{4\pi}$ où N_0 est le nombre total de photons émis pendant $\mathrm{d}t$ et $\mathrm{d}\Omega^* = 2\pi \sin\theta^* \mathrm{d}\theta^*$ est l'angle solide entre les deux cônes dans le référentiel propre de la source.

• Les référentiels $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}^*$ coïncident à l'origine des temps, $\mathcal{R}^*$ est animé d'une vitesse $\mathbf{v}$ par rapport à $\mathcal{R}$ parallèlement à l'axe x. On considère un rayon lumineux issu de la source à l'origine et capté par un recepteur au point $(ct^*, x^*, 0, z^*)$. Déduire de la transformation de Lorentz l'expression

$$\cos\theta^* = \frac{\cos\theta - \beta}{1 - \beta\cos\theta}.$$

On utilisera la fait que l'intervalle ci-dessus est du genre lumière.

• Une démonstration alternative de ce résultat peut être par exemple otenue au moyen du quadri-vecteur d'onde. On choisit les axes du référentiel propre de la source de sorte que les composantes du 4-vecteur d'onde définissent l'angle θ^* de la façon suivante : $k^\mu = (\omega^*/c, k_x^*, k_y^*, k_z^*)$ avec $k_x^* = \omega^*/c\ \cos\theta^*$, $k_y^* = 0$ et $k_z^* = \omega^*/c\ \sin\theta^*$. Utiliser la transformation de Lorentz du quadri-vecteur d'onde pour établir la relation précédente.

• Donner l'expression de la distribution angulaire $f(\theta)$ définie par

$$\frac{\mathrm{d}N(\theta)}{N_0} = \frac{1}{2} f(\theta) \sin\theta \mathrm{d}\theta$$

dans le référentiel $\mathcal{R}$. En déduire le nombre de photons émis dans le référentiel $\mathcal{R}$ dans un cône avant d'angle d'ouverture $\pi/3$ par rapport à $\mathbf{v}$, si $\beta = 1/2$.

2. Désintégration en vol d'un méson π^0 en deux photons

Un méson π^0 de masse m_{π^0} est animé d'une vitesse $\mathbf{v}$ par rapport au référentiel $\mathcal{R}$ (référentiel laboratoire). Il se désintègre en deux photons $\pi^0 \longrightarrow \gamma_1 + \gamma_2$.

• Calculer les énergies E_γ^* et les impulsions p_γ^* des photons émis dans le référentiel propre du méson, noté $\mathcal{R}^*$.

• Soit θ la direction d'émission d'un des photons par rapport à $\mathbf{v}$ dans le référentiel laboratoire et θ^*, l'angle correspondant dans $\mathcal{R}^*$. Exprimer E_γ mesuré dans $\mathcal{R}$ en fonction de θ^*. Toutes les directions d'émission sont équiprobables dans $\mathcal{R}^*$. En déduire les valeurs extrêmes de l'énergie des photons mesurée dans $\mathcal{R}$.

• Dans $\mathcal{R}^*$, l'émission isotrope des photons est caractérisée par $\mathrm{d}N(\theta^*) = N_0 \mathrm{d}\Omega^*/4\pi$. Donner la fonction de distribution angulaire $f(\theta)$, définie par $\mathrm{d}N(\theta) = N_0 f(\theta)\mathrm{d}\Omega/4\pi$, mesurée dans $\mathcal{R}$. Pour cela on utilise la transformation de Lorentz de l'énergie et de la première composante de l'impulsion d'un des photons, du référentiel laboratoire au référentiel propre du méson incident.

• Exprimer l'énergie E_γ mesurée dans le référentiel laboratoire en fonction de θ. Des valeurs E_{max} et E_{min}, déduire la masse du méson π^0.

• Application numérique : $E_{min} = (54 \pm 1)$ MeV, $E_{max} = (85 \pm 1)$ MeV, calculer les quantités $E_{max} - E_{min}$, $E_{max} + E_{min}$ et $E_{max}E_{min}$, en déduire m_{π^0} et β et l'incertitude sur ces valeurs.

3. Rayonnement Cerenkov

• Montrer qu'un électron en mouvement dans le vide ne peut pas émettre un photon, c'est-à-dire que la réactions $e^- \longrightarrow e^- + \gamma$ est impossible. Quelle devrait être la caractéristique très particulière du photon (ou du carré de son sa quadri-impulsion) pour que la réaction puisse avoir lieu ?

• Dans un milieu matériel, on rend compte de manière effective des interactions photon-matière en attribuant au photon une impulsion $|\mathbf{p}| = nE/c$ où n est l'indice de réfraction du milieu qui intervient également dans la vitesse effective de la lumière c/n ($n > 1$, par exemple pour l'eau $n = 1.33$). On note que $(E/c, \mathbf{p})$ forme toujours un quadri-vecteur. On considère dans ce milieu l'émission d'un photon par un électron, appelée émission Cerenkov. On note m et $\mathbf{v}$ la masse et la vitesse initiale de l'électron. Calculer l'angle φ d'émission du photon par rapport à $\mathbf{v}$. Montrer que l'émission Cerenkov n'est possible que si la vitesse $|\mathbf{v}|$ est supérieure à une valeur limite à préciser et à commenter. Quelle est l'énergie minimale que doit avoir l'électron incident ?

• Cette condition étant supposée réalisée, quelle est l'énergie maximale que peut avoir le photon émis (en fonction de l'énergie de l'électron incident) ?

• Si la particule incidente possède une structure interne (un atome par exemple), pour quelle raison l'émission d'un photon dans le vide est-elle possible ?