UNIVERSITÉ HENRI POINCARÉ
FACULTÉ DES SCIENCES

DIPLÔME : Licence de Physique
Epreuve de : UE 8
Examen final
Date : mai 2002
Horaire :

SUJET D'EXAMEN :
Rédacteurs : B. Berche et A. Schuhl
Formulaire autorisé
Calculatrices autorisées
Durée : 2h00

Les exercices sont indépendants. Ils seront notés sur 6, 7 et 7 points.

1. Emission-absorption de photons par des atomes et noyaux

Lors de la transition électronique entre deux niveaux d'énergie E_1 et E_0 ($E_0 < E_1$), un atome émet un photon de fréquence de référence ν_0 telle que $h\nu_0 = E_1 - E_0 = m_1c^2 - m_0c^2$. Cette hypothèse néglige l'effet de recul de l'atome dont on se propose de déterminer l'influence.

• On se place dans le référentiel où l'atome émetteur est initialement au repos dans l'état excité, sa quadri-impulsion valant $p^\mu = (E_1/c, \vec{0})$, de carré $p_\mu p^\mu = m_1^2c^2$. Dans l'état final de plus basse énergie, on note pour l'atome $p'^\mu = (E_0/c, \mathbf{p}_0)$, de carré $p'_\mu p'^\mu = m_0^2c^2$ et pour le photon émis $p^\mu_{\text{ém.}} = (E_{\text{ém.}}/c, \mathbf{p}_{\text{ém.}})$, avec $p_{\text{ém}\mu}p^\mu_{\text{ém.}} = 0$. La fréquence d'émission $\nu_{\text{ém.}}$ est définie par $E_{\text{ém.}} = h\nu_{\text{ém.}}$. Calculer $E_{\text{ém.}}$ et montrer que l'on a

$$\nu_{\text{ém.}} = \frac{1}{2}\nu_0(1 + m_0/m_1).$$

• On s'interesse maintenant à l'absorption d'un photon de fréquence $\nu_{\text{abs.}}$ dans le référentiel où l'atome absorbeur est initialement au repos dans l'état fondamental, soit $p^\mu = (E_0/c, \vec{0})$, de carré $p_\mu p^\mu = m_0^2c^2$ et pour le photon $p^\mu_{\text{abs.}} = (E_{\text{abs.}}/c, \mathbf{p}_{\text{abs.}})$, avec $p_{\text{abs.}\mu}p^\mu_{\text{abs.}} = 0$. Après absorption, on a dans l'état final pour l'atome excité $p'^\mu = (E_1/c, \mathbf{p}_1)$, de carré $p'_\mu p'^\mu = m_1^2c^2$. La fréquence d'absorption $\nu_{\text{abs.}}$ est définie par $E_{\text{abs.}} = h\nu_{\text{abs.}}$. Calculer $E_{\text{abs.}}$ et montrer que l'on a

$$\nu_{\text{abs.}} = \frac{1}{2}\nu_0(1 + m_1/m_0).$$

• Montrer que l'ordre de grandeur du décalage en fréquence est donné par $\Delta\nu \simeq \nu_0 \times h\nu_0/mc^2$. Peut-on négliger l'effet de recul pour les transitions atomiques (exemple de la raie jaune du sodium, $\lambda_0 = 5896$ Å, masse atomique 23) ? Qu'en est-il pour les transitions nucléaires (la différence d'énergie entre niveaux nucléaires est typiquement de l'ordre du MeV) ?

2. Transformation des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$

On considère un fil rectiligne (de section S) parcouru par un courant d'intensité $I = \vec{j} \cdot \vec{S} = n|q_e||\vec{v}|$. Les porteurs de charges libres (électrons de conduction), de densité de charge $\rho_- = -n|q_e|$ sont animés d'un mouvement d'ensemble à la vitesse $\vec{v} = -|\vec{v}|\vec{u}_z$ et les ions (noyaux entourés du reste des électrons) sont en densité $\rho_+ = +n|q_e|$ et sont immobiles dans $\mathcal{R}$. Une charge q est située à la distance r à l'extérieur du fil ; elle est animée dans $\mathcal{R}$ de la même vitesse $\vec{v}$ que les électrons de conduction.

• Quelle est la force s'exerçant sur la charge q ? (on calculera explicitement le champ magnétique au point où se trouve q pour obtenir une expression exacte de la force).

• On se place maintenant dans le référentiel $\mathcal{R}'$ se déplaçant à vitesse $\vec{v}$ des électrons de conduction. Partant de l'observation de l'existence d'une force, expliquer pourquoi il doit y avoir un champ électrique dans $\mathcal{R}'$. Quelles sont les densités de charges ρ'_- et ρ'_+ mesurées dans ce référentiel et la densité volumique de charge totale ?

• Calculer le champ électrique $\vec{E}'$ mesuré dans $\mathcal{R}'$ et en déduire la force subie par q dans $\mathcal{R}'$. Conclusion.

• Calculer également le champ magnétique dans $\mathcal{R}'$. Les résultats sont-ils compatibles avec les lois de transformation des champs ? Comment doivent se transformer les forces par changement de référentiel inertiel ?

Annexe :

$$\vec{E}'_{\parallel} = \vec{E}_{\parallel}, \qquad \vec{E}'_{\perp} = \gamma_{\vec{u}}(\vec{E}_{\perp} + \boldsymbol{\beta}_{\vec{u}} c \wedge \vec{B}_{\perp})$$
$$\vec{B}'_{\parallel} = \vec{B}_{\parallel}, \qquad \vec{B}'_{\perp} = \gamma_{\vec{u}}(\vec{B}_{\perp} - (\boldsymbol{\beta}_{\vec{u}}/c) \wedge \vec{E}_{\perp}).$$

3. Equations d'Euler-Lagrange covariantes

Partant de l'action

$$S = \int \mathcal{L}\mathrm{d}x^{\mu} = \int L\mathrm{d}t,$$

où $L = \mathcal{L}(\mathrm{d}x^{\mu}/\mathrm{d}t)$, (le paramètre scalaire t mesuré par un observateur pourrait aussi être le temps propre τ, ou encore l'intervalle, s), les équations d'Euler-Lagrange covariantes prennent la forme

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}^{\mu}}\right) - \frac{\partial L}{\partial x^{\mu}} = 0,$$

où l'on a posé $\dot{x}^{\mu} = \frac{\mathrm{d}x^{\mu}}{\mathrm{d}t}$.

Dans le cas d'une charge q, de masse m, en présence d'un champ électromagnétique, on rappelle que l'action prend la forme

$$S = \int \left(-mv_{\mu}\mathrm{d}x^{\mu} - qA_{\mu}\mathrm{d}x^{\mu}\right).$$

• Justifier en quelques lignes la forme de cette action. Que se passe-t-il lors d'un changement de jauge ?

• Exprimer le lagrangien L, puis en déduire l'impulsion covariante, $p_{\mu} = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}^{\mu}}$. En exprimant les composantes spatio-temporelles de p_{μ}, montrer que l'on retrouve des expressions connues pour l'énergie et de l'impulsion sous champ électromagnétique.

• L'équation d'Euler-Lagrange peut s'écrire

$$\dot{p}_{\mu} = \frac{\partial L}{\partial x^{\mu}}.$$

En notant que $\mathrm{d}A_{\mu} = \frac{\partial A_{\mu}}{\partial x^{\nu}}\mathrm{d}x^{\nu}$, soit $\dot{A}_{\mu} = \frac{\partial A_{\mu}}{\partial x^{\nu}}\dot{x}^{\nu}$ retrouver l'équation du mouvement sous sa forme connue

$$m\dot{v}_{\mu} = qF_{\mu\nu}\dot{x}^{\nu}.$$