UNIVERSITÉ HENRI POINCARÉ
FACULTÉ DES SCIENCES

DIPLÔME : Licence de Physique
Epreuve de : UE 4 - Relativité
Examen final
Date : 16 janvier 2004
Horaire : 9h00-11h00

SUJET D'EXAMEN :
Rédacteur : B. Berche
Formulaire autorisé
Calculatrices autorisées
Durée : 2h00

Moment cinétique

Le moment cinétique classique est défini par la quantité antisymétrique $\mathbf{L} = \mathbf{r} \wedge \mathbf{p}$ où la quantité de mouvement $\mathbf{p}$ varie au cours du temps sous l'action de la résultante des forces externes,

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{p}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{F}.$$

L'expression relativiste équivalente est donnée par

$$\frac{\mathrm{d}p^\mu}{\mathrm{d}\tau} = \Phi^\mu.$$

1. Définir un tenseur de rang 2, $L^{\mu\nu}$, qui généralise $\mathbf{L}$. On applique une démarche analogue à celle qui a conduit à la définition de $F^{\mu\nu}$, c.a.d. que l'on part de l'une des composantes classiques, L_z par exemple, et on en généralise la forme à l'aide de quadrivecteurs. Combien $L^{\mu\nu}$ a-t-il de composantes indépendantes ? Exprimer la matrice $[L^{\mu\nu}]$.
2. Exprimer le tenseur $M^{\mu\nu}$ défini par
$$\frac{\mathrm{d}L^{\mu\nu}}{\mathrm{d}\tau} = M^{\mu\nu}$$
et interpréter la partie spatiale de l'équation ci-dessus.
3. Exprimer l'invariant $-\frac{1}{2}L_{\mu\nu}L^{\mu\nu}$.
4. Pour un système composé, p^μ et $L^{\mu\nu}$ représentent respectivement le quadri-vecteur énergie-impulsion total et le tenseur moment cinétique total. Si le système est isolé, qu'en déduit-on pour les composantes de p^μ et pour celles de $L^{\mu\nu}$? Interpréter la conservation des composantes spatio-temporelles L^{0i} comme un "théorème du centre de masse".

Charge en mouvement uniforme

On considère une charge q en mouvement uniforme à vitesse $\mathbf{v} = v\hat{\mathbf{e}}_x$ dans le référentiel $\mathcal{R}$ et deux points M_x et M_y respectivement sur l'axe Ox de la vitesse et sur l'axe perpendiculaire.

1. On se place dans le référentiel propre de la charge, $\mathcal{R}'$. La charge est à l'origine des deux référentiels qui sont synchronisés et coïncidants à l'origine des temps. Le point M_x est situé dans $\mathcal{R}'$ aux coordonnées $(x', 0)$ et le point M_y est en $(0, y')$. Calculer les composantes E'_x et E'_y du champ électrique en ces deux points.
2. En utilisant les lois de transformation des champs et la transformation de Lorentz des coordonnées spatio-temporelles, déterminer les composantes E_x et E_y du champ aux deux points M_x et M_y. Si les distances x' et y' sont identiques, où le champ est-il le plus intense et dans quelle proportion ? Qu'en est-il du champ magnétique ?