CHAPITRE I

Champs électriques créés

par des distributions de charges ponctuelles

I Loi de Coulomb

I-1 Charges électriques

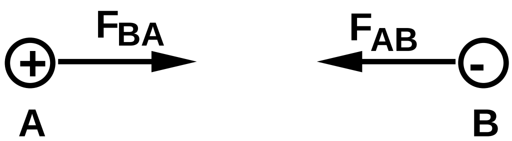
La nature présente 2 types de charges électriques que par commodité on note négatives et positives (On aurait pu les appeler vertes et rouges).

Les charges de même signe se repoussent.
Les charges de signes contraires s'attirent.

I-2 Direction et sens des forces électriques.

Si deux charges de même signe (toutes deux positives ou toutes deux négatives) sont situées aux points A et B, la charge située en A est soumise à une force $\mathbf{F}_{BA}$ dirigée selon le vecteur **BA.** Cette force est notée avec les indices $_{BA}$ pour rappeler qu'elle s'applique sur la charge placée en A, et est due à la présence de la charge placée en B.
La charge située en B est soumise à une force $\mathbf{F}_{AB}$ dirigée dans le sens du vecteur **AB**. Les forces F_{BA} et F_{AB} sont égales et opposées.

Si les charges sont de signes contraires, la charge située en A est soumise à une force $\mathbf{F}_{BA}$ dirigée de dans le sens du vecteur **AB** alors que la charge située en B est soumise à une force $\mathbf{F}_{AB}$ dirigée dans le sens du vecteur **BA**.



De nouveau, les forces F_{BA} et F_{AB} sont égales et opposées.
Dans un cas comme dans l'autre, il faut bien noter que les forces sont radiales, c'est à-dire portées par l'axe qui joint les deux charges.

I-3 Intensité des forces électriques

Des expériences maintes fois répétées ont montré que les intensités des forces auxquelles sont soumises les charges situées en A et B sont:

-Inversement proportionnelles au carré de la distance r_{AB} séparant les charges (doubler la distance entre les charges conduit à une diminution des forces d'un facteur 4).

-Proportionnelles à deux grandeurs q_A et q_B qui quantifient les charges. On appelle ces grandeurs charges électriques.

I-4 Expression de la loi de Coulomb

Ces assertions, déduites d'un grand nombre d'expériences et de mesures, se synthétisent par une expression mathématique appelée loi de Coulomb:

$$\boxed{\mathbf{F}_{AB} = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\,\frac{q_A\;q_B}{r_{AB}^2}\;\mathbf{u_{AB}}}$$

où:

$\mathbf{u_{AB}}$ est le vecteur unitaire (de norme 1) parallèle au vecteur **AB**. Ce vecteur sert à indiquer la direction et le sens de la force $\mathbf{F}_{AB}$, sans en affecter l'intensité:

$$\mathbf{u}_{AB} = \frac{\mathbf{AB}}{|\mathbf{AB}|}$$

$1/4\pi\,\varepsilon_0$ est un coefficient de proportionnalité adapté aux unités. Dans le système international (SI), la force est exprimée en Newtons (N), la charge en Coulombs (C), les distances en mètre (m) et la quantité ε_0

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\,\pi\;10^9}$$

La constante ε_0 est appelée permittivité du vide.

1-5 Le Coulomb

Le Coulomb est la quantité de charge électrique apportée par un courant électrique de 1 ampère en 1 seconde.

La valeur absolue de la charge élémentaire de l'électron $|e|$ est égale à $1.6\ 10^{-19}$ C

-A quelles forces sont soumises deux charges de 10^{-6} Coulomb séparées de 1m, 1cm,1mm?

-2 microbilles sont séparées de 1cm. Quelles charges identiques doivent-elles porter pour qu'elles soient soumises à une force de 1N?

-Considérons une bille de cuivre de 1mm de diamètre. Déterminer le nombre d'électrons contenus dans une telle bille électriquement neutre. Quelle fraction d'électrons faut-il retirer pour amener sa charge à 10^{-6} Coulomb?
(le numéro atomique du cuivre est 29, sa masse atomique 63.5 et sa densité 8.93)

I-6 Loi de gravitation

Vous avez déjà rencontré un exemple de force exercée à distance sur un corps (sans lien "matériel" tel qu'une corde reliant ce corps à l'extérieur).

C'est la force d'attraction universelle entre deux masses m_A et m_B. Elle est toujours attractive (il n'y a pas deux sortes de masses) et s'écrit:

$$\mathbf{F}_{AB} = -\,G\,\frac{m_A\;m_B}{r_{AB}^2}\;\mathbf{u_{AB}}$$

Une telle force est formellement équivalente à la loi de Coulomb avec ses deux caractéristiques fondamentales: elle est radiale et inversement proportionnelle au carré de la distance entre les corps.

Ici les charges sont remplacées par les masses et le coefficient de proportionnalité G, appelé constante d'attraction universelle, est égal à $6.67\ 10^{-11}$ SI.

Déterminer l'intensité de la force d'attraction universelle s'appliquant sur deux billes de cuivre de 1 mm de diamètre séparées de 1 cm.

Quelle quantité d'électrons faut-il déplacer d'une bille à l'autre pour créer une force électrique équivalente?

Le rayon de la première orbite de Bohr de l'atome d'hydrogène est de 5.29 10^{-2} nm. Comparer les intensités des forces électriques et gravitationnelles entre l'électron et le proton dont les masses sont repectivement 0.91 10^{-30} kg et 1.672 10^{-30} kg .

II Composantes de la force

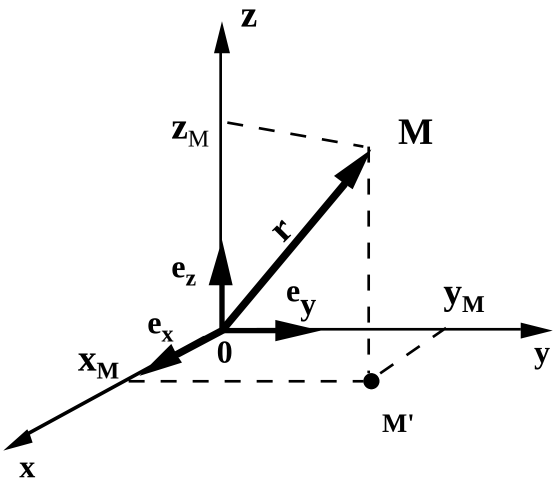
De temps à autre, nous ferons un petit détour mathématique. Voici le premier il concerne les composantes d'un vecteur dans un repère cartésien.

II-1 Repère cartésien

C'est celui que vous connaissez et sur lequel vous avez travaillé à 2 dimensions.

Le repère est défini par un point origine 0 et trois axes (0x,0y,0z) perpendiculaires entre eux. Les vecteurs unitaires portés par les axes sont: $\mathbf{e}_x$,$\mathbf{e}_y$,$\mathbf{e}_z$.

(Bien noter la disposition relative des directions (0x, 0y, 0z). Telles qu'elles sont placées, elles définissent un trièdre direct. Dans un tel trièdre, un bonhomme transpercé des pieds à la tête par 0y, regardant la direction 0z, a la direction 0x à sa gauche. On peut noter aussi que 0x, 0y et 0z sont respectivement orientés selon les directions du pouce, de l'index et du majeur de la main droite.



Un point M de l' espace est repéré par les trois composantes du vecteur **r** joignant 0 à M. **r** = **0M:**

$$\mathbf{r}\,(x_M, y_M, z_M) = x_M\,\mathbf{e_x} + y_M\,\mathbf{e_y} + z_M\,\mathbf{e_z}$$

M' est la projection de M dans le plan (x0y) les composantes x_M et y_M de **r** sont les coordonnées du point M' dans ce plan.

La composante z_M est obtenue en traçant la parallèle à 0M' passant par M.

On dira indistinctement qu'un objet se trouve au point M ou en **r**.

Les composantes du vecteur **AB** joignant deux points A à B s'écrivent:

$$\mathbf{r_A} = \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{bmatrix} \qquad \mathbf{r_B} = \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{bmatrix} \qquad \mathbf{r_{AB}} = \mathbf{r_B} - \mathbf{r_A} = \begin{bmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{bmatrix}$$

Les modules des vecteurs sont:

$$r_A = \sqrt{x_A^2 + y_A^2 + z_A^2} \quad \text{ou} \quad r_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

En exprimant la distance entre A et B par les composantes du vecteur **AB,** l'expression de la force devient:

$$\mathbf{F}_{AB} = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\;\frac{q_A\;q_B}{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}\;\mathbf{u}_{AB}$$

<u>II-2) Expression des forces par leurs composantes</u>

De même que le vecteur **AB** joignant le point A au point B, le vecteur unitaire $\mathbf{u}_{AB}$ et les vecteurs forces peuvent être exprimés par leurs composantes:

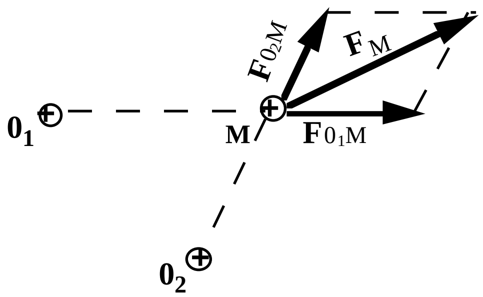
$$\mathbf{u}_{AB} = \begin{bmatrix} u_{AB\,x} \\ u_{AB\,y} \\ u_{AB\,z} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{F}_{AB} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\;\dfrac{q_A\;q_B}{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}\;u_{AB\,x} \\ \dfrac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\;\dfrac{q_A\;q_B}{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}\;u_{AB\,y} \\ \dfrac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\;\dfrac{q_A\;q_B}{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}\;u_{AB\,z} \end{bmatrix}$$

Dans un repère cartésien, où l'unité de longueur est le centimètre, deux charges $q_A = 10^{-7}$ C et $q_B = -2.10^{-7}$ C sont situées respectivement en A (2,-1,3) et B (-1,2,0). Déterminer les composantes de la force qui s'applique sur la charge située en A.

<u>III Principe de superposition</u>

Considérons trois points de l'espace 0_1, 0_2 et M. Plaçons en M une charge q. Puis effectuons trois opérations successives:

i) Plaçons la charge q_1 en 0_1. En l'absence de charge en 0_2, Il s'exerce sur la charge q située en M une force $\mathbf{F}_{0_1M}$ dont le sens et l'intensité sont donnés par la loi de Coulomb.



ii) Retirons la charge q_1 et plaçons en 0_2 la charge q_2. Il s'exerce sur la charge q située en M une force $\mathbf{F}_{0_2M}$ donnée elle aussi par la loi de Coulomb.

iii) Tout en conservant la charge q_2 en 0_2, replaçons la charge q_1 en 0_1. Il s'exerce sur M une force $\mathbf{F}_M$.

On observe alors que, en présence simultanée de q_1 en 0_1 et de q_2 en 0_2, la force $\mathbf{F}_M$ qui s'exerce sur q est la somme géométrique (vectorielle) des forces $\mathbf{F}_{0_1M}$ et $\mathbf{F}_{0_2M}$ qui exerçaient sur q lorsque les charges q_1 ou q_2 étaient seules présentes.

Cette observation se généralise à une distribution de charges q_1, q_2, q_3,...,.etc.

La force exercée sur une charge q située en M, par une distribution de charges q_1, q_2, q_3 etc. situées en 0_1, 0_2, 0_3, etc. , est égale la somme des forces $\mathbf{F}_{0_1\mathbf{M}}$, $\mathbf{F}_{0_2\mathbf{M}}$, $\mathbf{F}_{0_3\mathrm{M}}$, etc. qu' exercerait sur q chacune des charges, si elle était seule.

Cela se symbolise par une expression mathématique:

$$\boxed{\mathbf{F}_M = \sum_i \mathbf{F}_{0_iM} = \sum_i \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0}\,\frac{q\ q_i}{r^2_{0_iM}}\,\mathbf{u}_{0_iM}}$$

Cette régle est appelée principe de superposition.

Considérons 4 charges q_A, q_B, q_C, q situées dans un même plan muni d'un repère orthonormé. Ces charges sont placées respectivement en A(0,2) , B(-1,0), C (1,0) et M (2,2). (les nombres entre parenthèses représentent les coordonnées exprimées en cm).

Déterminer par construction graphique la force F_M appliquée sur M

a) si les 4 charges sont de $+10^{-7}$C

b) si q= q_B=q_C=$+10^{-7}$C q_A=-2.10^{-7}C

Déterminer dans chaque cas en quel point M' il faut placer une nouvelle charge q' pour que la résultante des forces s'appliquant sur M soit nulle.

IV Notion de champ électrique.

Reprenons la distribution de charges q_1, q_2, q_3, etc. situées aux points 0_1, 0_2, 0_3, etc.. et penchons nous sur les valeurs des forces qui s'exercent sur différentes charges placées successivement en un point M de l'espace.

Si nous plaçons en M une charge q , il s'exerce en M une force:

$$\mathbf{F}_M = \mathbf{F}_{0_1M} + \mathbf{F}_{0_2M} + \mathbf{F}_{0_3M} = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\frac{q_1\ q}{r^2_{0_1M}}\,\mathbf{u}_{0_1M} + \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\frac{q_2\ q}{r^2_{0_2M}}\,\mathbf{u}_{0_2M} + \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\frac{q_3\ q}{r^2_{0_3M}}\,\mathbf{u}_{0_3M}$$

ou encore:

$$\mathbf{F}_M = q\left(\frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\frac{q_1}{r^2_{0_1M}}\,\mathbf{u}_{0_1M} + \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\frac{q_2}{r^2_{0_2M}}\,\mathbf{u}_{0_2M} + \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\frac{q_3}{r^2_{0_3M}}\,\mathbf{u}_{0_3M}\right)$$

$$\mathbf{F}_M = q\left(\sum_i \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0}\,\frac{q_i}{r^2_{0_i\,M}}\,\mathbf{u}_{0_i\,M}\right)$$

Sans modifier la distribution de charge q_1, q_2, q_3 remplaçons la charge q située en M par une nouvelle charge q'. Une nouvelle force $\mathbf{F'}_M$ s'applique en M:

$$\mathbf{F}_M = q'\left(\sum_i \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0}\,\frac{q_i}{r^2_{0_i\,M}}\,\mathbf{u}_{0_i\,M}\right)$$

Il apparait que le remplacement de q par q' n'a pas modifié l'expression vectorielle entre parenthèses. Cette grandeur vectorielle $\mathbf{E}_M$, due aux charges extérieures, est indépendante de la charge que l'on place en M

$\mathbf{E}_\mathbf{M}$ est le champ électrique en M créé par les charges q_i.

$$\boxed{\mathbf{E}_M = \sum_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i}{r_{0_i M}^2} \mathbf{u}_{0_i M}}$$

Etant donné une distribution q_i de charges, considérées comme extérieures, il est donc toujours possible de définir, en chaque point **r** de l'espace, une grandeur vectorielle **E**(**r**) appelée champ électrique.

Le champ électrique est tel que la force exercée sur une charge ponctuelle q placée en **r** est:

$$\boxed{\mathbf{F}(\mathbf{r}) = q\,\mathbf{E}(\mathbf{r})}$$

On peut déterminer le champ électrique au point **r** en y plaçant une charge test unité de 1 Coulomb. Le champ électrique en ce point n'est alors autre que la force qui s'exerce sur une charge unité de +1 Coulomb.

L'unité de champ électrique est le volt par mètre (V/m). Un champ électrique de 1 V/m crée sur une charge de 1 C une force de 1 N.

A l'instar des forces électrostatiques, le champ électrique obéit au principe de superposition (Ces grandeurs ne sont séparées que par le coefficient de proportionnalité q).

Deux charges électriques A et B de même charge $q=10^{-6}$C sont placées en (-1,0) et (1,0), l'unité est 2.5 cm. Déterminer et tracer sur papier millimétrique (avec une échelle adaptée) le champ électrique en un nombre raisonnable de points. Utiliser au mieux les symétries du problème.

V Notion de champ vectoriel

V-1 Le champ électrique, une nouvelle grandeur physique

A la distribution de charges, qui étaient localisées en certains points 0_1, 0_2, etc. de l'espace, nous avons fait correspondre un champ électrique vectoriel **E**(**r**) défini en chaque point **r** de l'espace.

On peut alors distinguer deux manières de calculer la force qui s'exerce sur une charge q placée en M:

1re façon: On considère les charges électriques extérieures q_1, q_2 etc ..placées en 0_1, 0_2 etc.

On écrit la loi de Coulomb et on fait usage du principe de superposition.

2ème façon; on considère le champ électrique **E(r)** situé en M (dû bien sûr aux charges extérieures)

Et on écrit **F**=q**E**.

Si le résultat est équivalent, la deuxième méthode tend à faire oublier les charges extérieures et à ne retenir que la présence du champ électrique

Cette démarche conduit à substituer aux charges électriques extérieures une nouvelle grandeur physique: le champ électrique **E**.

V-2 Description d'un champ vectoriel

Connaître un champ électrique **E**, c'est connaître le vecteur champ électrique en chaque point de l'espace, en direction, en sens et en intensité. Dans quelques cas simples, il est donné par une relation algébrique. Dans des cas plus complexes, il peut être calculé en des points de maillage suffisamment fin. Avec les moyens informatiques actuels, il est très facile d'écrire un programme tel que, entrant les charges et leurs positions, l'ordinateur fournisse en chaque point M demandé une petite flèche dont le sens, la direction et la longueur renseignent sur le champ électrique en ce point.

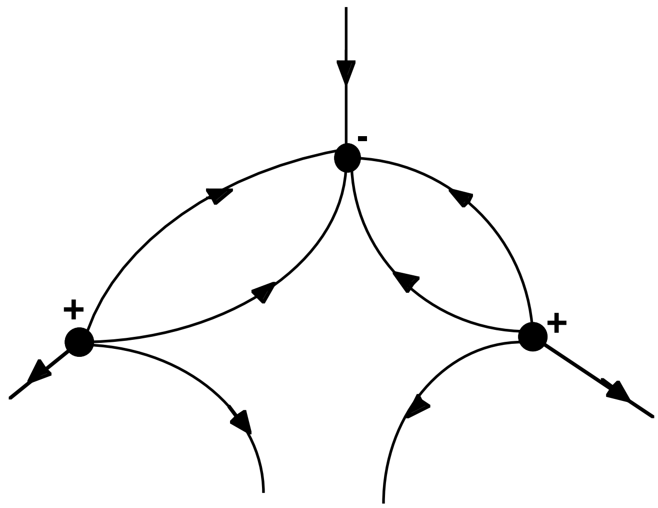
Pour avoir un aperçu visuel rapide du champ électrique, il suffit de tracer en des point uniformément distribués un ensemble de telles petites flèches. C'est ainsi qu'on visualise et ressent le mieux ce qu'est un champ électrique. C'est ce que vous avez fait dans l'exercice du paragraphe précédent.

(Une image vous renseigne sur une propriété physique dans sa globalité spatiale. N'hésitez pas à utiliser ce moyen de communication. Il vaut largement une formule déchiffrable par les seuls spécialistes).

V 3 Les lignes de champ

Un champ de vecteurs tel que **E** étant donné, une ligne de champ est par définition une courbe tangente en chaque point au vecteur champ défini en ce point. On y ajoute de petites fléches pour rappeler le sens du champ.

Les lignes de champ du champ électrique ne se coupent pas. Elles partent des charges positives (ou de l'infini) et aboutissent aux charges négatives (ou à l'infini).



V-4 Lignes de champ d'un système formé d'une charge ponctuelle placée à l'origine

Une charge q est placée en 0, origine des coordonnées. Tracer les lignes de champ.

VI Le dipôle électrique

VI-1) Définition

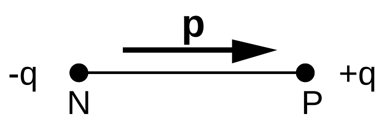
On appelle dipôle électrique un ensemble formé de deux charges -q (en N) et +q (en P) de mêmes valeurs absolues et de signes contraires.

L'ensemble formé des deux charges reste globalement neutre.

Le dipôle est défini par la charge q et par le vecteur **NP** qui joint les deux charges.

On appelle moment dipolaire le vecteur **p** = q **NP**

Nous verrons en travaux dirigés que, dans la limite où la distance NP est suffisamment petite, le moment et la force exercés par un champ électrique extérieur sur un dipôle ne dépendent que de **p** et sont indépendants des valeurs individuelles de q et de **NP**.

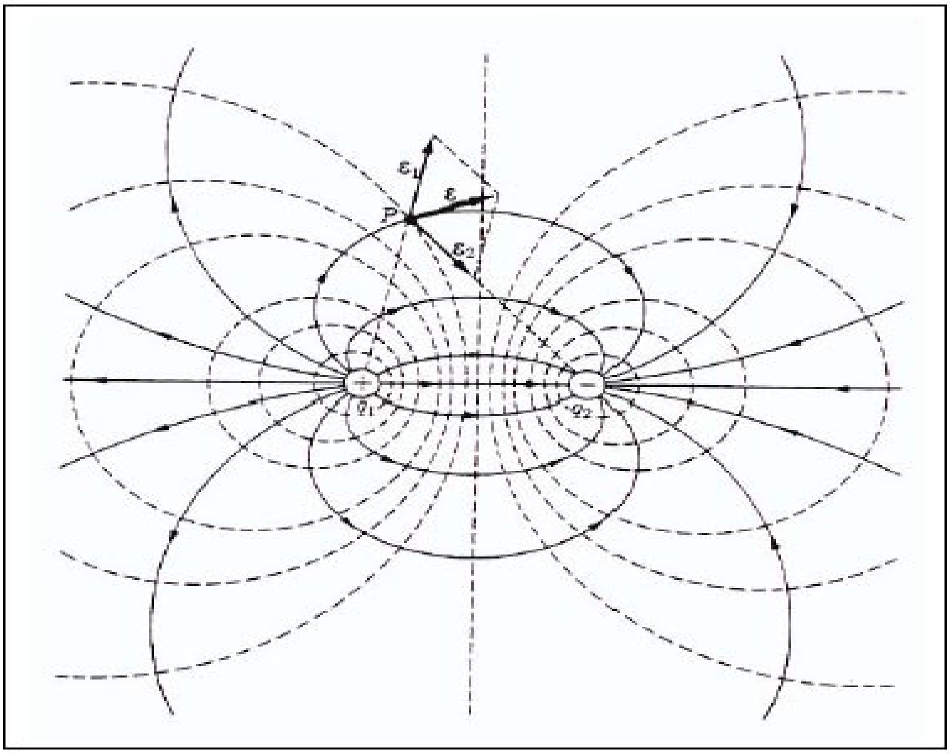


VI-2) Importance du dipôle électrique dans les matériaux

Lorsque dans une molécule globalement neutre, les barycentres des charges positives et négatives ne se superposent pas, on peut considérer que la molécule forme un dipôle.

Une telle molécule induit en son voisinage un champ électrique caractéristique qui va lui permettre d'interagir avec les autres charges électriques et les autres dipôles du système.

Ex : molécule d'eau , d'acide chlorhydrique, d'ammoniac etc...



Voir aussi une animation montrant le champ créé par un dipôle électrique sur le site

http://www.colorado.edu/physics/2000/applets/forcefield.html