CHAPITRE II

Le Photon

I-Introduction

Au cours du précédent chapitre, le photon est apparu comme un grain d'énergie échangeable entre la matière et le rayonnement.

Le présent chapitre montre que le photon doit être considéré comme une véritable particule avec une énergie et une quantité de mouvement.

Nous montrons tout d'abord que si l'on veut faire du photon une particule se déplaçant à la vitesse de la lumière et transportant une énergie hν, on doit lui associer la quantité de mouvement $p = \frac{h\nu}{c}$.

Nous présentons ensuite quelques expériences dont l'interprétation nécessite de considérer effectivement le photon comme une particule d'énergie hν et de quantité de mouvement $p = \frac{h\nu}{c}$

II-Quantité de mouvement du photon déduite de la relativité

II-1 - Rappel de relativité

La théorie de la relativité s'appuie sur deux principes:

i) La vitesse de la lumière c est la même dans tous les référentiels.

ii) Les lois de la physique prennent la même forme dans tous les référentiels galiléens en translation uniforme et aucune mesure ne permet de singulariser un référentiel particulier.

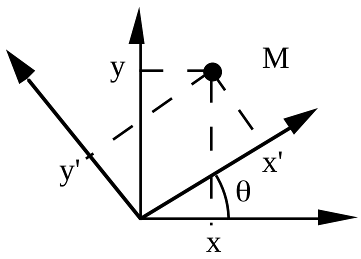
Il suit de ces deux principes que les coordonnées spatiales et temporelles des événements sont liées entre elles au sein de ce que l'on appelle des quadrivecteurs.

La transformation des composantes de vecteur

Pour saisir la signification des quadrivecteurs, replaçons nous dans l'espace ordinaire, indépendamment du temps. Dans un système d'axe cartésien (0x,0y,0z), un point M est repéré par ses coordonnées (x,y,z) et on écrit:

$$\vec{\mathbf{r}} = \left| \begin{array}{l} x \\ y \\ z \end{array} \right.$$

Introduisons un nouveau système d'axe (0x',0y',0z') déduit du premier par rotation d'un angle θ autour de 0z.



Figure

Composantes de M dans deux systèmes d'axes de direction 0z commune

La prise en considération d'un nouveau système d'axe ne change rien au point M mais modifie ses coordonnées qui deviennent:

$$\vec{\mathbf{r}}' = \left| \begin{array}{l} x' \\ y' \\ z' \end{array} \right.$$

En fait les vecteurs **r** et **r**' représentent la même entité mais les nouvelles coordonnées s'expriment en fonction des anciennes par:

$$\begin{pmatrix} x'_1 \\ x'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = [T] \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

où [T] est une matrice de transformation caractéristique de la rotation. Les composantes de **r**' sont différentes de celles de **r** mais une grandeur reste inchangée: c'est la norme du vecteur puisque $\mathbf{r}^2 = \mathbf{r}'^2$.

La transformation des composantes de quadrivecteurs

En relativité un événement $\mathcal{E}$ est repéré par 4 coordonnées: 3 coordonnées spatiales et une coordonnée temporelle que l'on peut rassembler au sein d'un quadrivecteur ou t représente la date de l'événement dans le référentiel ($\mathcal{R}$).

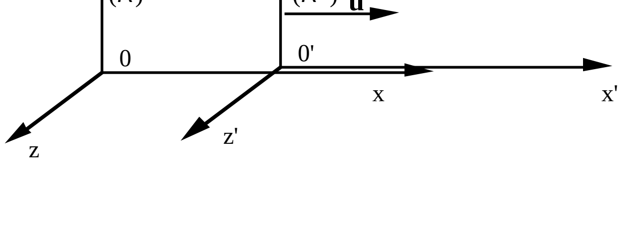
$$\overset{4}{\mathbf{r}} = \left| \begin{array}{c} x \\ y \\ z \\ i\,c\,t \end{array} \right.$$

La quatrièmes composante est i c t ($i^2 = -1$) plutôt que t pour simplifier la définition du produit scalaire.

On montre que si l'on change de référentiel, et que l'on passe du référentiel ($\mathcal{R}$) à un référentiel galiléen ($\mathcal{R}'$)se déplaçant à la vitesse u par rapport au premier référentiel, les composantes spatio-temporelle d'un événement sont modifiées et deviennent:

$$\overset{4}{\mathbf{r}'} = \left| \begin{array}{c} x' \\ y' \\ z' \\ i\,c\,t' \end{array} \right.$$

où t' est la date de l'événement mesurée dans le référentiel ($\mathcal{R}'$).



*Le référentiel ($\mathcal{R}'$) se déplace à la vitesse **u** par rapport au référentiel ($\mathcal{R}$)*

Les nouvelles coordonnées sont déduites des précédentes par la loi de transformation:

$$\begin{bmatrix} x' \\ i\,c\,t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}} & \dfrac{i\left(\frac{u}{c}\right)}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}} \\ \dfrac{-i\left(\frac{u}{c}\right)}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}} & \dfrac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ i\,c\,t \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{cases} y' = y \\ z' = z \end{cases}$$

La matrice de passage est appelée matrice de Lorentz. Comme la matrice de rotation, elle conserve la norme du quadrivecteur espace temps. On a en effet:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = -c^2\tau^2$$

où τ est le temps propre, date de l'événement dans un référentiel où l'événement se produit au point origine. La norme du quadrivecteur est invariante par changement de référentiel.

Quadrivecteur énergie impulsion

Les collections de 4 composantes qui se transforment comme celles de $\overset{4}{\mathbf{r}}$ lors d'un changement de référentiel définissent les quadrivecteurs.

Deux quadrivecteurs vont retenir notre attention: ce sont le quadrivecteur impulsion-énergie et le quadrivecteur vecteur d'onde-fréquence.

$$\overset{4}{\mathbf{p}} = \left| \begin{array}{c} p_x \\ p_y \\ p_z \\ i\,\dfrac{E}{c} \end{array} \right. \qquad \overset{4}{\mathbf{k}} = \left| \begin{array}{c} k_x \\ k_y \\ k_z \\ i\,\dfrac{\omega}{c} \end{array} \right.$$

Où, dans le référentiel $(\mathcal{R})$, l'impulsion $\mathbf{p}$ et l'énergie totale E d'une particule sont données par:

$$\mathbf{p} = \frac{m}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}\,\mathbf{v} \quad \text{et} \quad E = \frac{m}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}\,c^2$$

$\mathbf{v}$ est la vitesse de déplacement de la particule mesurée dans le référentiel $(\mathcal{R})$.
m est la masse de la particule.

Puisque $\overset{4}{\mathbf{p}}$ est un quadrivecteur, un changement de référentiel conduit à:

$$\begin{bmatrix} p_x' \\ i\,\dfrac{E'}{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}} & \dfrac{i\left(\frac{u}{c}\right)}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}} \\ \dfrac{-i\left(\frac{u}{c}\right)}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}} & \dfrac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x \\ i\,\dfrac{E}{c} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{cases} p_y' = p_y \\ p_z' = p_z \end{cases}$$

Dans le référentiel lié à la particule, $\mathbf{p} = 0$ et $E = E_0 = mc^2$.

Et on vérifie que la norme du quadrivecteur $\overset{4}{\mathbf{p}}$ est invariante par changement de référentiel et vaut:

$$|\overset{4}{\mathbf{p}}|^2 = -\,m^2c^2$$

L'invariance de la norme du quadrivecteur énergie-impulsion conduit à:

$$p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - \frac{E^2}{c^2} = - \frac{E_0^2}{c^2} = - m^2 c^2$$

Relation plus connue sous la forme:

$$\boxed{E^2 - \mathbf{p}^2 c^2 = m^2 c^4}$$

Rappelons enfin que, par définition, l'énergie cinétique E_c d'une particule est égale à la différence entre l'énergie totale et l'énergie au repos. E_c n'est pas invariante par changement de référentiel.

Dans le référentiel ($\mathcal{R}$), l'énergie cinétique s'écrit:

$$E_c = E - E_0 = m c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} - 1 \right)$$

En effectuant un développement limité, il apparaît que l'énergie cinétique tend vers $E_c = \frac{1}{2} m v^2$ lorsque v devient petit devant la vitesse de la lumière c.

II-2 - Application au photon

Du photon, nous possédons deux informations:

- il se déplace à la vitesse de la lumière v=c dans tous les référentiels.
- dans le référentiel du laboratoire ($\mathcal{R}$), son énergie est E = hν

Une question se pose: quelle quantité de mouvement faut-il lui attribuer pour en faire une particule relativiste?

L'application des formules de la relativité conduit à un paradoxe puisque l'égalité v= c est incompatible avec une valeur d'énergie finie.

En effet:

$v=c \Rightarrow E = \infty$ dans tous les référentiels.

Une seule hypothèse permet de lever la difficulté. Elle consiste à écrire:

$$m = 0$$

Il s'ensuit que:

$$E^2 - p^2 c^2 = 0 \quad \text{soit : } p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c}$$

> Nous avons le droit de considérer le photon comme une particule à condition de lui affecter une énergie E=hν et une quantité de mouvement $p = \frac{h\nu}{c}$.

$$\left.\begin{array}{l}\text{Un photon de fréquence } \nu \text{ se déplaçant dans} \\ \text{la direction donnée par le vecteur unitaire } \mathbf{U} \\ \text{présente un quadrivecteur énergie impulsion}\end{array}\right\} \Rightarrow \quad \vec{\vec{\mathbf{p}}} = \left| \begin{array}{l} \frac{h\nu}{c} U_x \\ \frac{h\nu}{c} U_y \\ \frac{h\nu}{c} U_z \\ i \frac{h\nu}{c} \end{array}\right.$$

Notons que toute l'énergie est sous forme d'énergie cinétique E_c.

III-Effet Compton

III-1-Les expériences Compton

Un rayonnement X monochromatique de longueur d'onde λ_0 et d'énergie bien supérieure à l'énergie de seuil de l'effet photoélectrique ($\lambda_0 = 10^{-2}$ -10^{-3}Å) est envoyé sur un bloc de matière.

On dispose un compteur dans la direction θ . Ce compteur recueille les photons diffusés suivant cette direction et analyse leur énergie.

l'opération est répétée pour un grand nombre d'angles θ compris entre 0 et π.

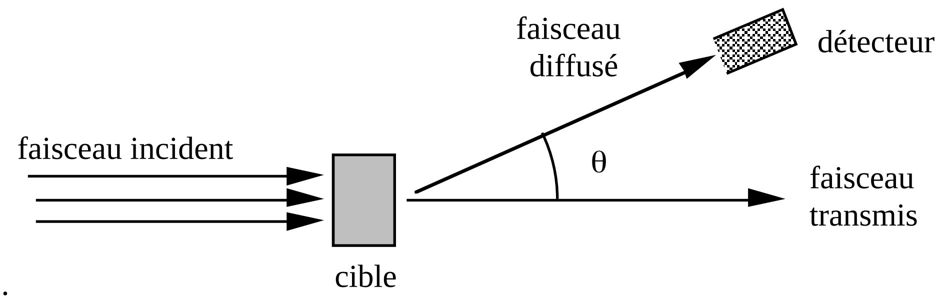


Figure 1: Schéma de l'expérience Compton

Il apparaît (figure 2) que le rayonnement diffusé en θ se présente comme la superposition d'un rayonnement de longueur d'onde λ_0 identique à la longueur d'onde incidente (appelé composante Thomson) et d'un rayonnement de longueur d'onde λ décalée par rapport à la longueur d'onde initiale $\lambda = \lambda_0 + \delta\lambda$, appelée composante Compton.

Les caractéristiques de la composante Compton sont les suivantes:

- δλ est toujours positif
- δλ croît avec θ
- δλ ne dépend pas de λ_0

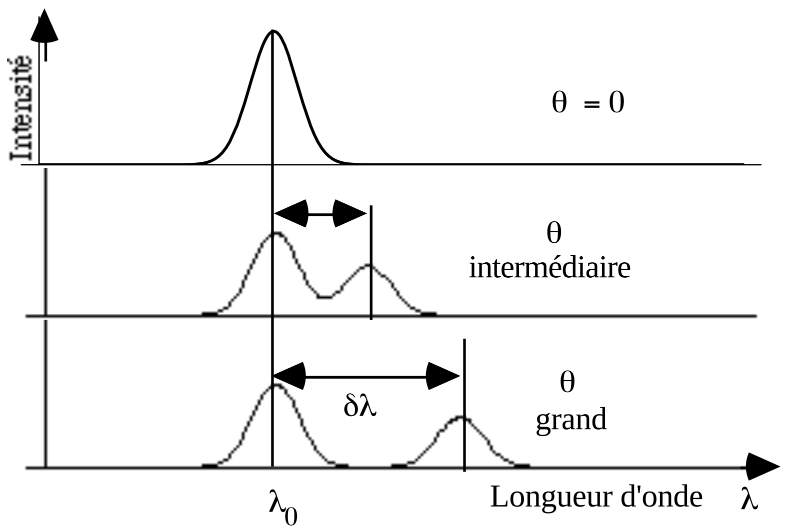


Figure 2 : Diffusion des électrons de courte longueur d'onde.

III-2-Interprétation de la composante Thomson

La diffusion sans changement de longueur d'onde s'interprète très facilement par les lois de l'électromagnétisme classique: Le champ électrique $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \sin \omega_0 t$ de l'onde incidente exerce sur les électrons fortement liés aux atomes une force:

$$\mathbf{F} = e\,\mathbf{E}_0 \sin \omega_0 t.$$

Sous l'effet de cette force, le barycentre des charges négatives s'écarte de la position du noyau et par oscillation forcée il se crée un courant $i = i_0 \sin \omega_0 t$. Le courant alternatif ainsi produit se comporte comme un dipôle oscillant (dipôle de Hertz) qui rayonne dans l'espace une onde électromagnétique de fréquence ω_0 identique à la fréquence de l'onde incidente.

III.3 - Interprétation de la diffusion Compton

La diffusion avec changement de longueur d'onde est inexplicable par les lois de l'électromagnétisme classique. Elle s'interprète comme un phénomène de collision élastique entre deux particules: Un photon incident (muni d'une énergie et d'une quantité de mouvement) et un électron libre du matériau.

Considérons un photon incident de longueur d'onde λ_0 se propageant suivant l'axe 0x. Au point origine, il entre en collision avec un électron préalablement au repos. Le photon est diffusé avec une longueur d'onde λ suivant l'angle θ. L'électron est éjecté avec l'énergie E l'impulsion **p** dans la direction définie par l'angle φ.

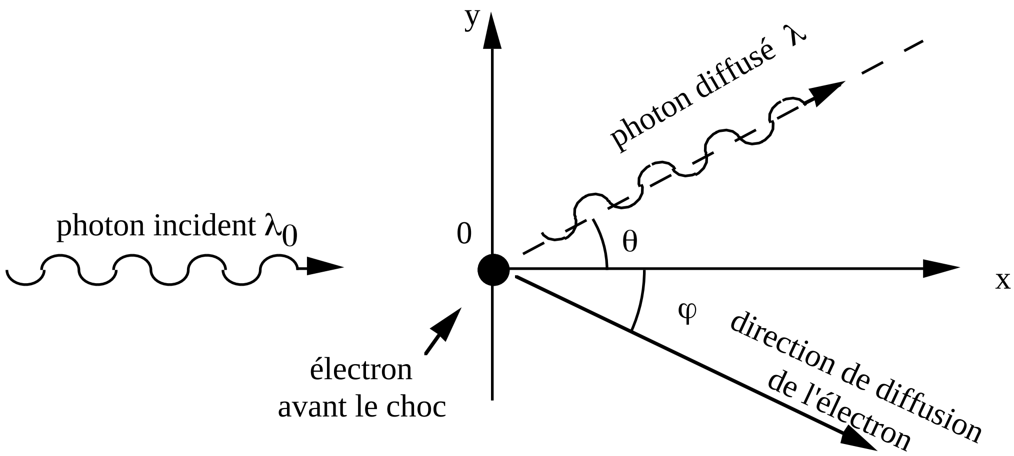


Figure 3 Choc entre un photon de longueur d'onde λ_0 et un électron au repos

Examinons, dans le référentiel ($\mathcal{R}$) du laboratoire, les quadrivecteurs énergie-impulsion avant et après le choc.

Avant le choc		Après le choc	
photon	électron	photon	électron
$\begin{vmatrix} \frac{h\nu_0}{c} \\ 0 \\ 0 \\ i\,\frac{h\nu_0}{c} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ i\,\frac{E_0}{c} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \frac{h\nu}{c}\cos\theta \\ \frac{h\nu}{c}\sin\theta \\ 0 \\ i\,\frac{h\nu}{c} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} p\cos\varphi \\ -\,p\sin\varphi \\ 0 \\ i\,\frac{E}{c} \end{vmatrix}$

Dans un même référentiel il y a, lors d'un choc, conservation de chacune des composantes du quadrivecteur impulsion-énergie total (classiquement conservation du vecteur quantité de mouvement et conservation de l'énergie)

Soit ligne à ligne:

$$\frac{h\,\nu_0}{c} = \frac{h\nu}{c}\cos\theta + p\cos\varphi \qquad (1)$$

$$0 = \frac{h\nu}{c}\sin\theta - p\sin\varphi \qquad (2)$$

$$h\,\nu_0 + E_0 = h\,\nu + E \qquad (3)$$

A ces équations, il faut ajouter l'invariant relativiste du quadrivecteur énergie-impulsion de l'électron:

$$E^2 - \mathbf{p}^2 c^2 = E_0^2 \qquad (4)$$

En isolant dans (1) et (2) $p\,c\cos\varphi$ et $p\,c\sin\varphi$, en élevant au carré et en faisant la somme , on trouve:

$$\mathbf{p}^2\ c^2 = h^2\left(\nu_0^2 + \nu^2 - 2\,\nu_0\,\nu\cos\theta\right) \qquad (5)$$

de (4) et (3), on tire:

$$\mathbf{p}^2 c^2 = E^2 - E_0^2 = \left[h\,(\nu_0 - \nu) + E_0\right]^2 - E_0^2 \qquad (6)$$

En développant (6) et écrivant (5) = (6), il vient:

$$\frac{\nu_0 - \nu}{\nu_0\ \nu} = \frac{1}{\nu} - \frac{1}{\nu_0} = \frac{h}{m\,c^2}\left(1 - \cos\theta\right)$$

Et en tenant compte de $\lambda = c/\nu$:

$$\delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m\,c}\left(1 - \cos\theta\right)$$

Ce décalage en longueur d'onde correspond aux résultats expérimentaux.

L'effet Compton montre de façon directe que le photon se comporte comme une particule et qu'il en possède les attributs essentiels: énergie et quantité de mouvement.

IV - Emission et absorption de photons.

IV-1 Energie de transition et énergie des photons.

Au cours du premier chapitre, il a été montré que l'émission d'un photon d'énergie $h\nu_{np}$ correspond à une transition entre deux niveaux d'énergie E_n et E_p de l'atome.

Avec l'introduction de la quantité de mouvement du photon, la description doit être précisée car le processus d'émission nécessite non seulement la conservation de l'énergie du système mais aussi la conservation de la quantité de mouvement totale: atome + photon

On peut parler de phénomène de collision.

On appelle:

E_{01} l'énergie de l'atome au repos dans l'état fondamental.
E_{02} l'énergie de l'atome au repos dans l'état excité.
$h\nu_{12} = E_{02} - E_{01}$ l'énergie de la transition, différence entre l'énergie de l'atome au repos dans l'état excité et de l'atome au repos dans l'état fondamental.

En fait, s'il émet un photon vers l'avant, pour assurer la conservation de la quantité de mouvement, l'atome recule et acquiert dans le repère ($\mathcal{R}$) du laboratoire une vitesse v. Son énergie après l'émission du photon n'est pas E_{01} mais E_1.

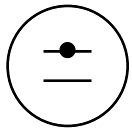
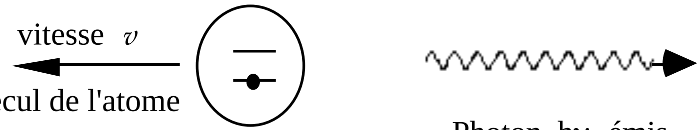
L'énergie du photon émis n'est pas $h\nu_{12} = E_{02} - E_{01}$ mais $h\nu_e = E_{02} - E_1$

A l'inverse, s'il absorbe un photon, l'atome porté dans l'état excité est entraîné vers l'avant afin d'assurer la conservation de la quantité de mouvement totale. L'énergie du photon absorbé ne correspond pas non plus à l'énergie de la transition.

IV-2 Emission d'un photon

Considérons un atome porté à l'état excité, au repos. Son énergie est E_{02}.

Cet atome émet un photon d'énergie $h\nu_e$. Après l'émission, l'atome se trouve dans l'état fondamental E_1 différent de E_{01} (énergie de l'atome au repos dans l'état fondamental) puisqu'il a acquis une quantité de mouvement p.

Etat initial L'atome est au repos dans l'état excité	 Atome au repos
Etat final L'atome dans l'état fondamental recule. Un photon se propage dans la direction opposée	

Ecrivons les lois de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie avant et après la "collision". Nous les écrivons sous la forme des composantes du quadrivecteur énergie-impulsion.

Avant l'émission		Après l'émission	
atome	photon	atome	photon
$\left\| \begin{array}{l} 0 \\ i\frac{E_{02}}{c} \end{array}\right.$	néant	$\left\| \begin{array}{l} p \\ i\frac{E_1}{c} \end{array}\right.$	$\left\| \begin{array}{l} \frac{h\nu_e}{c} \\ i\frac{h\nu_e}{c} \end{array}\right.$

soit:

$$0 = p + \frac{h\nu_e}{c} \quad (1) \qquad \text{et} \qquad E_{02} = E_1 + h\nu_e \quad (2)$$

L'équation (2) indique que l'énergie du photon émis est $h\nu_e = E_{02} - E_1$

L'équation (1) montre que l'atome a acquis lors du choc une quantité de mouvement $p = -\frac{h\nu_e}{c}$.

Et l'invariant relativiste de la norme du quadrivecteur énergie-impulsion appliqué à l'atome après le choc s'écrit:

$$E_1^2 - p^2c^2 = E_{01}^2 \quad (3)$$

Elevons (2) au carré, il vient:

$$E_{02}^2 = E_1^2 + 2\, h\nu_e\, E_1 + (h\nu_e)^2 \quad (4)$$

En remplaçant dans (4) E_1^2 par son expression extraite de (3) et en tenant compte de (1):

$$E_{02}^2 = E_{01}^2 + 2\, h\nu_e\, E_1 + 2(h\nu_e)^2$$

soit, en tenant compte aussi de (2)

$$E_{02}^2 - E_{01}^2 = 2h\nu_e\,(E_1 + h\nu_e) = 2h\nu_e\, E_{02}$$

soit:

$$2h\nu_e\, E_{02} = (E_{02} - E_{01})\,(E_{02} + E_{01}) = h\nu_{12}\,(E_{01} + E_{02})$$

ou encore:

$$h\nu_e = h\nu_{12}\left(\frac{E_{02} + E_{01}}{2\,E_{02}}\right) = h\nu_{12}\left(\frac{2E_{02} - (E_{02} - E_{01})}{2\,E_{02}}\right)$$

$$\boxed{h\nu_{émis} = h\nu_{12}\left(1 - \frac{h\nu_{12}}{2\,m\,c^2}\right)}$$

m est la masse de l'atome au repos, sans préciser s'il est dans l'état fondamental ou excité. Le terme qui se retranche de 1 est une correction et on peut confondre m et m_1.

Il y a décalage entre l'énergie du photon émis et l'écart énergétique entre les deux niveaux de l'atome. La fréquence du photon émis est décalée vers les faibles valeurs de l'énergie.

Supposons que l'atome émettant le photon soit de masse 50: $2\,m\,c^2 \approx 10^5$ M eV

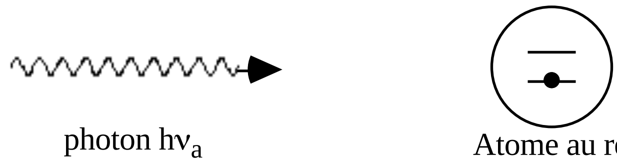
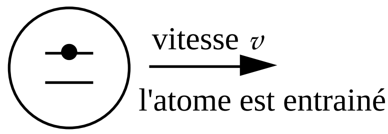
$h\nu_{np}$	Energie de la transition	Décalage $h\nu_{np} - h\nu_e$	Décalage relatif
infra-rouge	10^{-2} eV	10^{-12} eV	10^{-10}
optique	2 eV	$4.\ 10^{-8}$ eV	$4.\ 10^{-8}$
rayons X	10 keV	1 eV	10^{-4}
rayons γ	1 MeV	10^{4} eV	10^{-2}

IV.3 - Absorption d'un photon

Lors de l'absorption d'un photon, le phénomène inverse se produit:

L'énergie du photon susceptible d'être absorbé doit être supérieure à l'énergie de la transition.
Le décalage est tout à fait symétrique de celui rencontré lors de l'émission d'un photon.

$$\boxed{h\nu_a = h\nu_{12}\left(1 + \frac{h\nu_{12}}{2\,m\,c^2}\right)}$$

Etat initial l'atome est au repos dans l'état fondamental Un photon se dirige vers l'atome	
Etat final l'atome dans l'état excité est entraîné à la vitesse v	

Il y a décalage entre l'énergie du photon absorbé et l'écart énergétique entre les deux niveaux de l'atome : la fréquence du photon absorbé est décalée vers les fortes valeurs.

IV-4 - Que devient le phénomène de résonance?

Au chapitre I, l'expérience de Wood a été interprétée comme un phénomène de résonance : l'atome source effectue une transition entre les niveaux d'énergie E_p et E_n et émet un photon $h\nu_{np}$. L'atome résonant absorbe le même photon $h\nu_{np}$ et effectue une transition entre les niveaux d'énergie E_n et E_p.

Nous avons insisté sur le fait que le phénomène de résonance pouvait se produire car il y avait identité d'énergie entre le photon émis et celle du photon absorbé.
Les calculs que nous venons d'effectuer semblent tout remettre en cause: pour une même transition, l'énergie émise par l'atome est inférieure à l'énergie de la transition alors que celle du photon susceptible d'être absorbé lui est supérieure.

Il ne devrait pas y avoir de phénomène de résonance.

En fait nous avons considéré jusqu'ici les raies d'émission et d'absorption comme strictement monochromatiques. Nous verrons que cela est incorrect et qu'une raie spectrale présente toujours une largeur $\Delta\nu$.

Si $\Delta\nu < h\nu_a - h\nu_e$, il n'y a pas de résonance. Les raies d'émission et d'absorption ne se superposent en aucun endroit.

Si $\Delta\nu > h\nu_a - h\nu_e$, il y a résonance partielle dans le domaine de superposition des raies.

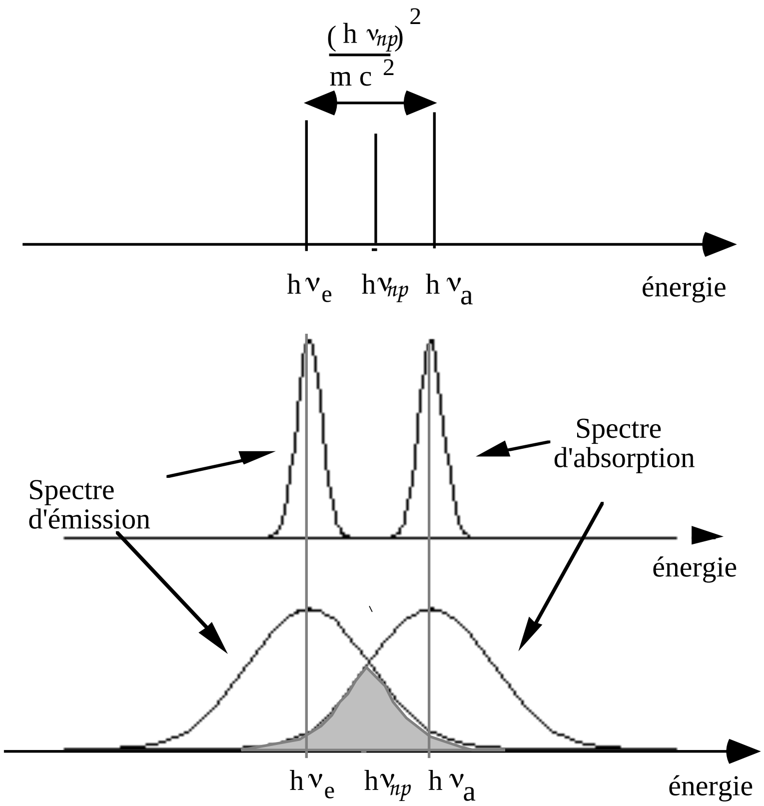


Figure 4 Les raies d'émission et d'absorption sont décalées de $h\nu_a - h\nu_e = \dfrac{h\nu_{np}}{m c^2}$

Les largeurs de raies (d'origine Doppler) étant typiquement de 10^{-6} eV à 10^{-8} eV, les phénomènes de résonance seront observés sans problème en infra-rouge et dans le visible. Ils poseront de réels problèmes pour les rayons X et plus encore pour les rayons γ.

V Largeur de raie par effet Doppler

V-1 Rappel de l'effet Doppler

Si une source émettant un rayonnement de fréquence ν_0 se déplace à la vitesse **v** par rapport à un observateur O, alors celui ci observe un rayonnement de fréquence ν différente de ν_0. Le décalage de fréquence est tel que:

$$\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} = \frac{v_x}{c}$$

où v_x est la composante de vitesse de la source dans la direction de l'observateur.

V-2 Distribution des vitesses dans un gaz.

Il est bien connu que les atomes d'un gaz sont en perpétuel mouvement et présentent une distribution de vitesses f(**v**)

Dans un gaz parfait, la distribution des vitesses est maxwellienne (voir cours de physique statistique) et s'écrit:

$$f(v_x, v_y, v_z) = \left(\frac{M}{2\pi RT}\right)^{3/2} \exp - \frac{M}{2RT} (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)$$

où M est la masse moléculaire du gaz.

Ce qui signifie que le nombre dN d'atomes dont la vitesse est comprise entre v_x et $v_x + dv_x$ d'écrit:

$$dN_x = dv_x \iint_{v_y, v_z = -\infty}^{+\infty} N\, f(v_x, v_y, v_z)\, dv_y\, dv_z = \left(\frac{M}{2\pi RT}\right)^{1/2} \exp - \frac{M}{2RT}(v_x^2)\ dv_x$$

que l'on note aussi:

$$dN_x = dv_x\, F(v_x) = \left(\frac{M}{2\pi RT}\right)^{1/2} \exp - \frac{M}{2RT}(v_x^2)\ dv_x$$

V-3 Distribution de fréquence émise par un gaz

Les atomes de composante v_x émettent (vu dans le référentiel de l'observateur) un rayonnement de fréquence ν telle que:

$$\nu = \nu_0 \left(1 + \frac{v_x}{c} \right).$$

Les atomes se déplaçant à la vitesse $v_x + dv_x$ émettent (vu dans le référentiel de l'observateur) une rayonnement de fréquence $\nu + d\nu$ tel que:

$$\nu + d\nu = \nu_0 \left(1 + \frac{v_x + dv_x}{c} \right)$$

Le nombre d'atomes dN_x dont les vitesses on des composantes comprises entre v_x et $v_x + dv_x$ est égal au nombre d'atomes qui émettent des fréquences comprises entre ν et $\nu + d\nu$ si:

$$d\nu = \frac{\nu_0}{c}\, dv_x$$

Si on appelle $P(\nu)$ le distribution des atomes émettant la fréquence ν, on a:

$$dN = F(v_x)\, dv_x = P(\nu)\, d\nu \quad \text{avec} \quad : d\nu = \frac{\nu_0}{c}\, dv_x$$

Soit, en tenant compte de $\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} = \frac{v_x}{c}$:

$$P(\nu) = \frac{c}{\nu_0}\left(\frac{M}{2\pi RT}\right)^{1/2} \exp - \frac{M c^2}{2RT}\left(\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0}\right)^2$$

La distribution de fréquence vue par l'observateur présente une forme gaussienne, centrée en ν_0 et de largeur à mi hauteur:

$$\Delta\nu_D = \frac{2\nu_0}{c}\sqrt{\frac{2RT}{M}\ln 2}$$

L'indice D vient rappeler qu'il s'agit de la largeur de raie d'origine Doppler.

V-4 Décalage de fréquence et élargissement Doppler

Nous avons oublié jusqu'ici les effets de recul développés précédemment. Ils se superposent à l'effet Doppler et bien sur, si le contenant du gaz est au repos, la raie d'émission est une gaussienne centrée autour de ν_e tandis que la raie d'absorption est centrée autour de ν_a.

Il nous faut alors comparer $h\Delta\nu_D$ et $h\nu_a - h\nu_e$

On note que $h\Delta\nu_D$ est proportionnel à l'énergie $h\nu_0$ de la transition alors que $h\nu_a - h\nu_e$ varie comme le carré de cette énergie. Il s'ensuit que pour les faibles énergies de transition, (rayons X mou et en deçà) la largeur de raie Doppler est suffisante pour assurer la résonance de l'expérience de Wood, alors que pour les fortes énergies (rayons X et rayons γ) l'agitation thermique ne permet plus d'assurer la résonance.

Nous verrons au chapitre suivant que la largeur Doppler se superpose à une largeur intrinsèque d'origine quantique appelée largeur naturelle de la raie.