

CHAPITRE XII

Effets tunnel dans les supraconducteurs

I Effet tunnel

I-1 D'une vallée à une autre vallée

L'image de deux vallées séparées par un col est la façon habituelle de présenter l'effet tunnel. Imaginons un individu prisonnier d'une vallée dans laquelle il possède de l'énergie cinétique (il court) et de l'énergie potentielle (il est situé sur un flanc). Fort de ces énergies, quelle est sa probabilité de franchir le col?

Classiquement, la réponse est simple: il franchira le col si son énergie cinétique est au moins égale à l'énergie potentielle qu'il lui reste à acquérir pour atteindre ce col, c'est-à-dire s'il a assez d'élan.

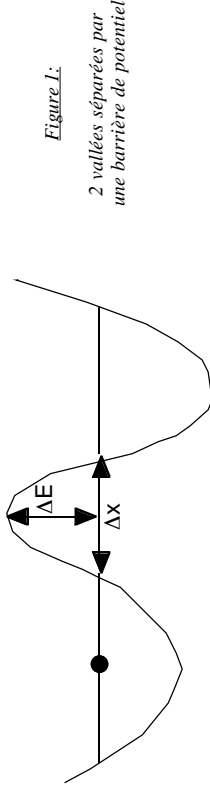


Figure 1:
2 vallées séparées par
une barrière de potentiel

Quantiquement, il a une probabilité non nulle de franchir le col même si la somme des énergies initiales (cinétique + potentielle) E est supérieure à son énergie potentielle totale au sommet du col E_{col} .

La probabilité de franchissement de barrière A est directement liée à la différence $\Delta E = E_{\text{col}} - E$ et à l'épaisseur Δx de la barrière de montage qu'il a à traverser.

$$A \approx \alpha \exp \left(- \sqrt{\frac{m \Delta E}{\hbar^2}} \Delta x \right)$$

On appelle cela effet tunnel, car on imagine que l'individu a contourné l'obstacle en passant par un tunnel, ce qui lui a évité de franchir une énergie potentielle alors qu'il ne disposait pas de réserve d'énergie cinétique suffisante.

I-2 Effet tunnel ou saute-mouton?

L'interprétation quantique est un peu différente et repose sur le principe d'incertitude qui stipule qu'un objet peut faire spontanément une embarquée d'énergie δE

(une fluctuation d'énergie) pendant un temps δt , à condition que ce temps soit suffisamment court et que δE et δt satisfasse à la condition:

$$\delta E \cdot \delta t < \hbar$$

Pour franchir l'obstacle, il faut donc que δE atteigne ΔE pendant un temps δt suffisamment long pour que, grâce à sa vitesse v , l'individu puisse parcourir la distance $\Delta x = v \delta t$. Cela se produira avec une probabilité d'autant plus grande que ΔE et Δx sont petits. Il s'agit donc plutôt d'un passage par saute-mouton que par effet tunnel.

Mais attention, l'embarquée terminée, l'individu retrouve son énergie initiale si bien que in fine, le passage de l'état initial et l'état final se fait à énergie constante.

Rassurez-vous! vous ne serez jamais passe muraille car le facteur \hbar/m qui rentre dans l'expression de A ne rend ce passage raisonnablement probable que pour des objets de petite masse (électron par exemple).

II Effet tunnel entre deux métaux normaux

II-1 Puits de potentiel et barrière

Pour un électron, la vallée, c'est le métal dans lequel il est retenu. Le col, c'est le vide ou l'isolant qu'il doit franchir pour passer dans une autre vallée, dans un autre métal. Un électron peut-il passer spontanément d'un métal à l'autre? Oui si la distance Δx qui sépare les métaux est suffisamment faible: au maximum quelques nanomètres.

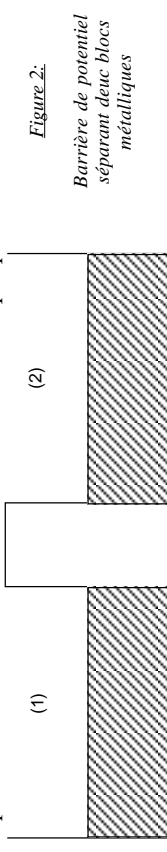


Figure 2:
Barrière de potentiel
séparant deux blocs
métalliques

II-2 Principe d'exclusion de Pauli

L'électron se trouve en fait confronté à un second problème; non seulement il doit être en situation de franchir la barrière, mais il doit trouver de l'autre côté une place qui répond à 2 conditions:

- l'état final est de même énergie que l'état initial.
- Il n'est pas possible de mettre deux électrons dans le même état quantique.

Cela signifie que l'électron ne peut passer de du premier bloc métallique au second que si, vis à vis de son niveau d'énergie dans (1) il y a un niveau vide dans (2). Ce n'est manifestement pas le cas à la figure 2.

II-3 Effet d'une différence de potentiel

Faute d'états vides en vis-à-vis, il est toujours possible d'appliquer une différence de potentiel entre les 2 métaux. Cela décale les niveaux d'énergies d'un métal par rapport à ceux de l'autre d'une quantité égale à -eV.

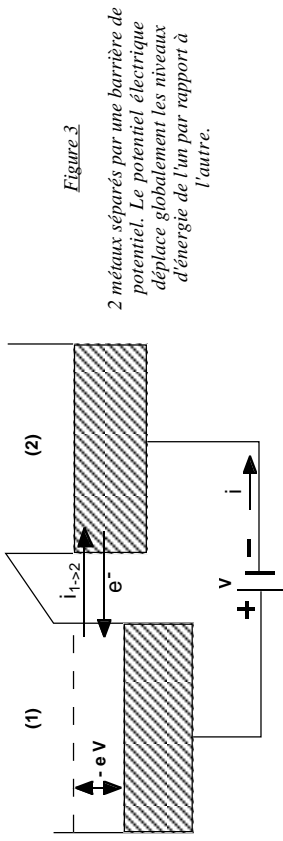


Figure 3

2 métaux séparés par une barrière de potentiel. Le potentiel électrique déplace globalement les niveaux d'énergie de l'un par rapport à l'autre.

Reliés à la borne positive, les électrons du métal (1) voient leur énergie décroître de la quantité -eV et les électrons de (2) situés dans la tranche supérieure eV voient apparaître des niveaux vides en vis-à-vis, ce qui les conduit à traverser la barrière avec une probabilité proportionnelle à A. Ce passage se solde par un courant électrique I_{1-2} allant de (1) à (2) que l'on appelle courant tunnel.

Avec le décalage, les niveaux d'énergie "ε + eV" de (1) se trouvent vis-à-vis des niveaux "ε" de (2). (avec la différence de potentiel, les électrons des niveaux "ε + eV" de (1) et des niveaux "ε" de (2) ont la même énergie - c'est pour distinguer niveaux et énergie que les "" ont été placés). La probabilité pour un électron de passer du niveau d'énergie "ε" de (2) au niveau d'énergie "ε+eV" de (1) est, tranche par tranche, proportionnelle au nombre d'électrons dans (2) et au nombre de places vides dans (1), soit, si g_1(ε) et g_2(ε) sont les densités d'états électroniques (sans décalage) dans (1) et (2):

$$I_{2 \rightarrow 1} = A \int_{\epsilon_F - eV}^{\epsilon_F} g_1(\epsilon + eV) g_2(\epsilon) d\epsilon$$

qui, dans le cas très simple de densités d'états indépendantes de ε sur la zone décalée et égales à g_1(ε_F) et g_2(ε_F) s'écrit:

$$I = A eV g_1(\epsilon_F) g_2(\epsilon_F)$$

En fait, ce courant présente des écarts à la linéarité en raison de la modification du profil de la barrière de potentiel entre les métaux tel que celui qui apparaît à la figure 3. Cet écart est d'ailleurs la signature d'un effet tunnel par rapport à un effet ohmique.

II-4 Convention

La malchance historique d'avoir appelé négatives les charges mobiles (les électrons) complique toujours la description des passages de courant.

Dans la suite de ce chapitre, la borne (-) est la terre et les niveaux d'énergie de (2) restent "immobiles". Ceux de (1) sont décalés vers le bas si V est positif et vers le haut s'il est négatif.

Les flèches situées aux jonctions indiquent le sens de passage des charges. Elles seront dirigées de niveaux occupés (parties hachurées) vers des niveaux vides (parties blanches). Le courant électrique s'écoule en sens contraire.

II-5 Effet de la température

Avec la température, la rupture entre états occupés et vides n'est plus abrupte et chacun des états d'énergie ε, est occupé avec une probabilité f(ε), et libre avec la probabilité [1 - f(ε)] où f(ε) est la fonction de distribution de Fermi.

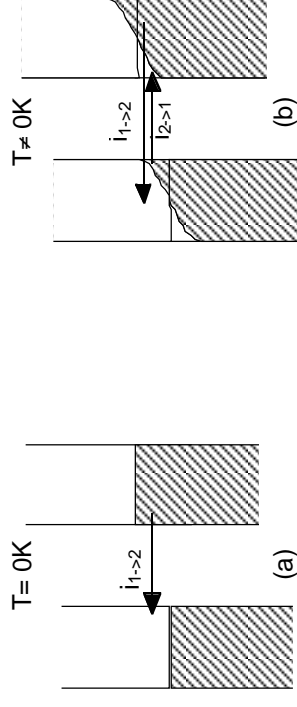


Figure 4 Distribution électronique dans un métal à T=0K(a) et à une température non nulle (b)

Si à 0K, seul le courant i_{1->2} est possible parce que seuls des états occupés de (2) voient des états libres de (1) en vis-à-vis, à température non nulle on peut distinguer deux sous-courants:

i_{1->2} majoritaire, résultant du fait que des états occupés de (2) voient en vis-à-vis des états libres de (1). La densité de probabilité de trouver un état occupé de (2) est g_2(ε) f(ε) et celle de trouver un état libre dans (1) est g_1(ε+eV) [1 - f(ε+eV)]:

$$i_{1 \rightarrow 2} = \int_{-\infty}^{+\infty} g_1(\epsilon + eV) [1 - f(\epsilon + eV)] g_2(\epsilon) f(\epsilon) d\epsilon$$

$i_{2 \rightarrow 1}$ minoritaire du au fait que des états occupés de (1) ont eux aussi en vis-à-vis des états libres de (2). La densité de probabilité de trouver un état occupé de (1) est $g_1(\epsilon+eV) f(\epsilon+eV)$ et celle de trouver un état libre dans (2) est $g_2(\epsilon) [1 - f(\epsilon)]$

$$i_{2 \rightarrow 1} = \int_{-\infty}^{+\infty} g_1(\epsilon+eV) f(\epsilon+eV) g_2(\epsilon) [1 - f(\epsilon)] d\epsilon$$

Le courant résultant s'écoule de (1) à (2) est:

$$I_{1 \rightarrow 2} = i_{1 \rightarrow 2} - i_{2 \rightarrow 1} = \int_{-\infty}^{+\infty} g_1(\epsilon+eV) g_2(\epsilon) [f(\epsilon) - f(\epsilon + eV)] d\epsilon$$

Ce courant reste directement lié à la différence de potentiel V.

III Effets tunnel dans les supraconducteurs

III-1 Effets au pluriel

Dans les métaux normaux, les électrons sont indépendants les uns des autres et, même s'ils interagissent, il n'existe pas de relations de phases entre leurs fonctions d'onde. Ils se comportent individuellement et chacun, sans s'occuper des autres, effectue son propre effet tunnel et "regarde" seulement s'il y a une place libre en vis-à-vis.

Dans un supraconducteur, il n'en est plus de même pour les paires dont les phases sont bloquées les unes par rapport aux autres. Nous avons vu que cela donnait naissance à des effets tunnel particuliers, les effets Josephson, où le courant tunnel n'est plus commandé par une différence de potentiel, mais par une différence de phase. Cela mérite un traitement spécial que nous avons fait au chapitre VI.

Mais dans le supraconducteur, il y a aussi des électrons normaux issus des paires brisées que, dans le langage du chapitre précédent, nous avons appelé quasi-particules. Ces quasi-particules se comportent comme les électrons d'un métal normal, sans relation de phase les unes par rapport aux autres. Elles sont donc susceptibles d'effets tunnel tels que celui décrit aux paragraphes précédents avec les métaux normaux.

III-2 Situations envisagées

Nous serons intéressés par trois cas particuliers d'effets tunnel à travers une couche isolante:

- Effet tunnel entre un supraconducteur et un métal normal.
- Effet tunnel entre deux blocs du même supraconducteur.
- Effets tunnel entre deux supraconducteurs de nature différentes.

Insistons bien sur le fait qu'il s'agit d'effet tunnel des électrons célibataires ou quasi-particules et en aucun cas de celui des paires. Rien à voir donc avec les effets Josephson ou les effets de proximité.

IV Représentation "semi-conducteur" des supraconducteurs

IV-1 Modèle "semi-conducteur" de densité d'état.

La première question est de savoir par quel schéma de niveaux d'énergie représenter les quasi-particules d'un supraconducteur.

La représentation la plus employée est appelé représentation "semi-conducteur", en raison du gap qui apparaît et que l'on retrouve précisément dans les semi-conducteurs.

Dans le supraconducteur, la largeur du gap est de 2Δ . A 0K, la bande inférieure est pleine et la bande supérieure vide. A température T, des quasi-particules électrons apparaissent en bas de bande supérieure et des quasi-particules trous en haut de bande inférieure. C'est le modèle électron-trou des semi-conducteurs.

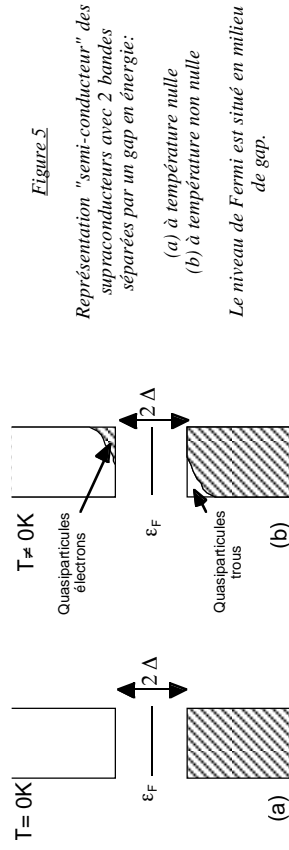


Figure 5

Représentation "semi-conducteur" des supraconducteurs avec 2 bandes séparées par un gap en énergie:

(a) à température nulle
(b) à température non nulle
Le niveau de Fermi est situé en milieu de gap.

Le plus simple, lorsque l'on traite de l'effet tunnel des supraconducteurs, est d'oublier la signification profonde de ces états et d'utiliser très pragmatiquement la représentation semi-conducteur

Auparavant voyons néanmoins cette signification.

IV-2 Justification du modèle "semi-conducteur"

Rappelons simplement que lorsqu'un électron célibataire occupe un état \mathbf{k} , il retranscrit l'état de paire $|\mathbf{k}, -\mathbf{k}\rangle$ des états balayés. Cela augmente l'énergie du système de $E_{\mathbf{k}} = \sqrt{\Delta^2 + \zeta_{\mathbf{k}}^2}$, qui ne dépend que de l'écart $|\mathbf{k} - \mathbf{k}_F|$ en valeur absolue.

Mais il y a deux façons de dire qu'un électron célibataire bloque l'état de paire $|\mathbf{k} - \mathbf{k}'\rangle$: ou bien on dit que cet état est occupé par une quasi-particule électron (1 électron sur \mathbf{k} ou $-\mathbf{k}$, avec, sous-entendu, une absence d'électrons sur l'autre vecteur d'onde), ou bien on dit que cet état est occupé par une quasi-particule trou (1 absence d'électron sur \mathbf{k} ou $-\mathbf{k}$, avec, sous-entendu, un électron sur l'autre vecteur d'onde). Lorsque les états \mathbf{k} et $-\mathbf{k}$ sont situés au dessus du vecteur d'onde de Fermi k_F (de l'état normal) on parlera de quasi-particules électrons et dans le cas contraire de quasi-particules trous.

En raison de l'expression symétrique de l'énergie d'une quasi-particule $E_k = \sqrt{\Delta^2 + \xi_k^2}$, le coût énergétique d'avoir un électron célibataire à $|k - k_F|$ au-dessus du niveau de Fermi est le même que celui d'avoir un électron célibataire à $|k_F - k|$ en dessous du niveau de Fermi, et donc la probabilité de voir apparaître par effet thermique une quasi-particule électron à $(k - k_F)$ est la même que celle de voir apparaître un trou à $(k_F - k)$. Le coût de brisure d'une paire et de former 2 quasi-particules est au minimum 2Δ , ce qui représente un gap.

Tout paraît se passer comme dans un semi-conducteur où un électron dans la bande de conduction se produit simultanément à un trou dans la bande de valence. Dans ce cas cela provient clairement d'une transition d'un électron qui passe de la bande de valence à la bande de conduction en laissant un trou derrière lui. En supraconductivité, la dissociation d'une paire provoque 2 quasi-particules, qui peuvent être toutes deux au-dessus de k_F ou toutes deux en dessous ou de part et d'autre, mais sur un grand nombre de dissociation s'il y aura autant de quasi-particules de type électrons ($k > k_F$) que de type trou ($k < k_F$); c'est cet effet de moyenne qui justifie la représentation semi-conducteur.

V Représentation de "condensation de bosons"

La représentation de "condensation de bosons" se veut plus physique en faisant figurer à la fois les paires et les quasi-particules.

Les paires sont représentées sur un niveau unique. Les quasi-particules apparaissent sur des niveaux d'énergie dans une bande située à Δ au-dessus du niveau bosonique des paires. Chaque paire qui se brise produit 2 quasi-particules d'énergie $E_k = \sqrt{\Delta^2 + \xi_k^2}$. L'énergie de chaque quasi-particule est au minimum Δ .

Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, chaque quasi-particule apparaît avec la probabilité de la statistique de Fermi:

$$f(E_k) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_k}{k_B T}\right)}$$

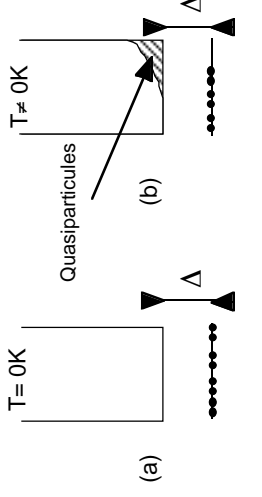


Figure 6.

Représentation de "condensation de bosons". Les paires apparaissent sur un réseau unique et les quasi-particules dans une bande:

(a) 0K

(b) température non nulle.

VI Densité d'états

Avant d'aborder les différents types de jonctions, il est particulièrement utile de rappeler que la densité d'états des quasi-particules diverge à l'approche du gap et est loin d'être constantes dans le domaine d'énergies de décalage. Les grandes densités d'états au voisinage immédiat du gap conduisent à un renforcement des probabilités de transitions qui implique des états de bas de bande supérieure ou de haut de bande inférieure dans la représentation semi-conducteur, ou de bas de bande dans la représentation "condensation de bosons".

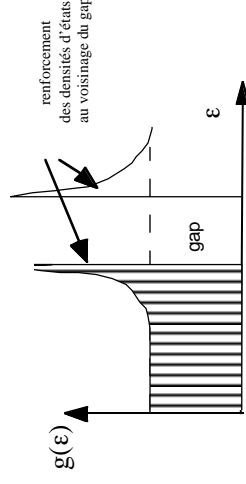


Figure 7.

Densité d'états de quasi-particules au voisinage du gap d'un supraconducteur

VII Effet tunnel supraconducteur- métal normal

VII-1 Résultats expérimentaux

Les résultats expérimentaux sont représentés à la figure 8. Sous l'effet d'une différence de potentiel entre le métal normal et le supraconducteur, un courant I circule. A 0K, il est nul entre $-\Delta/e$ et $+\Delta/e$ puis croît de façon abrupte pour atteindre asymptotiquement un régime de linéarité. A température non nulle, il existe un courant résiduel entre $-\Delta/e$ et $+\Delta/e$.

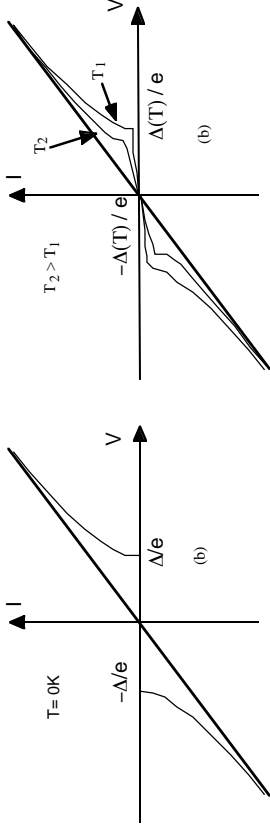


Figure 8: Caractéristique courant-tension d'une jonction tunnel supraconducteur/métal normal

VII-2 Représentation "semi-conducteur"

La représentation semi-conducteur décrit très logiquement ce comportement. Pour un potentiel nul $V=0$, les niveaux de Fermi coïncident. Il n'y a pas d'états vides d'un matériau face à des états occupés de l'autre. Un décalage global des niveaux du supraconducteur par rapport à ceux du métal normal ne produit de coïncidence entre états occupés de l'un et états vides de l'autres que si V est supérieur (positif ou négatif) à Δ/e . C'est seulement à partir de $V = \pm \Delta/e$ qu'un courant apparaît. La croissance de I est très rapide en raison de la forte densité d'états en haut de bande inférieure et en bas de bande supérieure. Un faible recouvrement en énergie correspond à un fort recouvrement en état.

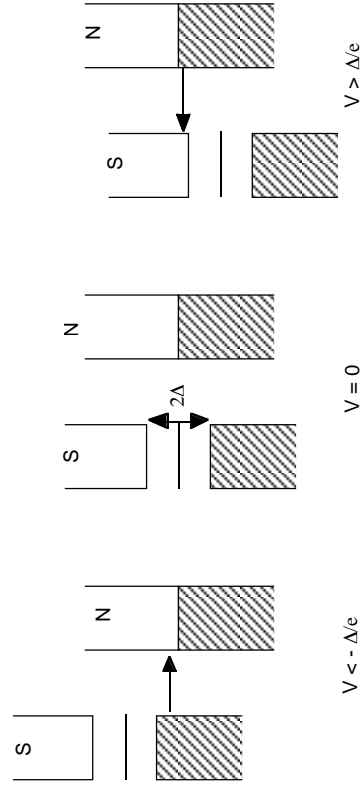


Figure 9: Représentation "semi-conducteur" d'une jonction tunnel supraconducteur/ métal normal à 0K

VII-3 Processus microscopique

Plaçons nous dans le cas $V < -\Delta/e$. Un électron passe de la bande inférieure pleine du supraconducteur en laissant derrière lui une quasi-particule trou, à un des états vides situés au-dessus du niveau de Fermi du métal.

Or, la quasi-particule trou est un électron célibataire. Cela signifie que, dans le supraconducteur, une paire s'est brisée en donnant naissance à deux électrons: l'un passant dans le métal normal (ce qui assure le passage du courant), l'autre restant célibataire dans le supraconducteur et engendrant une quasi-particule. L'énergie requise est le coût de formation d' une quasi-particule soit au minimum Δ , qui est assurée par le générateur électrique qui fait passer la charge e sous le potentiel V .

De façon pragmatique, au niveau de la jonction, la conservation de l'énergie est assurée par le fait que le transfert d'électron se fait à même niveau: la flèche est horizontale.

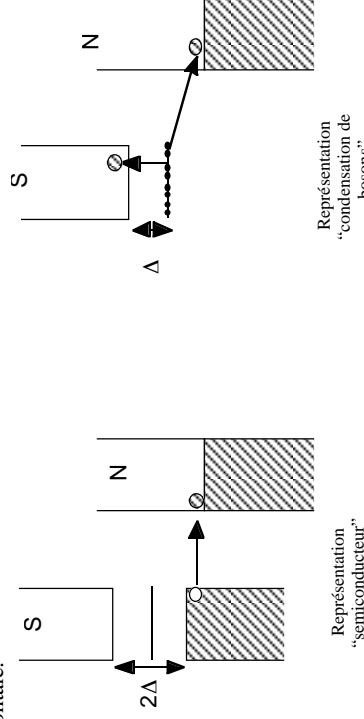


Figure 10: Représentation du processus de transfert d'électron par effet tunnel d'un supraconducteur à un métal normal

On peut imaginer le processus de la figure 11: une paire se présente devant la barrière: un électron de la paire traverse la barrière, l'autre est réfléchi, devient célibataire et engendre une quasi-particule.

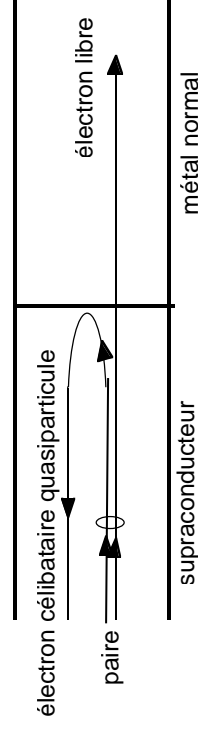


Figure 11: Dissociation d'une paire à l'interface supraconducteur/métal normal. Un électron libre est transmis dans le métal normal; un électron est réfléchi sous forme de quasi-particule dans le supraconducteur

Le schéma qui représente le même processus dans la représentation "condensation de bosons" est celui de la figure 10-b.

Une paire située sur le niveau bosonique du supraconducteur se brise en donnant une quasi-particule dans le supraconducteur et un électron dans le métal. La conservation de l'énergie est assurée par le fait que les énergies des deux nouveaux "électrons" se situent de part et d'autre et à égales distances du niveau bosonique.

VII-4 Représentation "condensation de bosons" de l'effet tunnel supraconducteur / normal

Sous $V = 0$, le niveau bosonique du supraconducteur coïncide avec le niveau de Fermi du métal normal.

Pour V positif, il y aura passage du courant si un électron du métal normal peut passer dans le supraconducteur et devenir quasi-particule.

Pour $V < 0$, il y aura passage du courant si une paire peut donner naissance à une quasi-particule et un électron dans le métal normal. Pour assurer la conservation de l'énergie, il faut que la flèche du niveau bosonique vers le niveau de Fermi du métal normal descende autant que la flèche du niveau bosonique vers le fond de la bande de quasi-particule monte. Puisque la seconde monte d'au moins Δ , il faut que la seconde descende d'autant et que la différence de potentiel soit au moins Δ/e

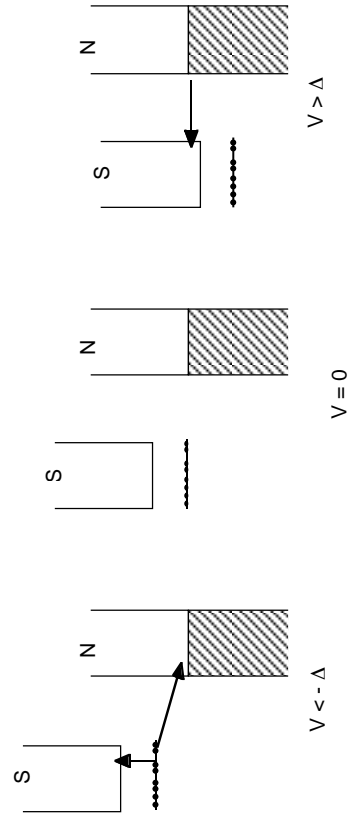


Figure 12: Représentation "condensation de bosons" d'une jonction tunnel supraconducteur / métal normal.

VIII Courant tunnel entre deux blocs du même supraconducteur

VIII-1 résultats expérimentaux

Les caractéristiques courant-tension du courant tunnel entre deux blocs du même supraconducteur sont très proches de celles du courant tunnel entre un supraconducteur et un métal normal. La principale différence tient au fait que la tension seuil est maintenant $2\Delta/e$ au lieu de Δ/e .

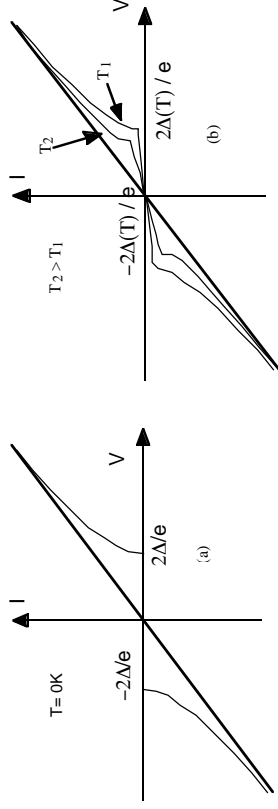


Figure 13: Caractéristique courant-tension d'une jonction tunnel entre deux blocs du même supraconducteur

VIII-2 Représentation semi-conducteur à 0K

De nouveau la représentation "semi-conducteur" est très explicite. A $V = 0$, les niveaux de Fermi des 2 blocs S1 et S2 du même supraconducteur coïncident.

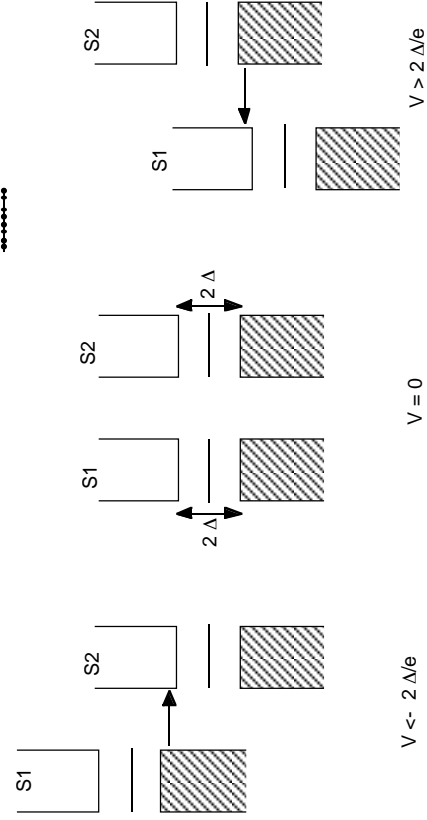


Figure 14 : Représentation "semi-conducteur" d'une jonction tunnel entre deux blocs d'un même supraconducteur à 0K

Pour $V > 0$, il y a passage de courant si le bas de la bande supérieure vide de S1 est abaissé au niveau du haut de la bande inférieure pleine de S2. Il faut pour cela une différence de potentiel $V = 2\Delta/e$.

Pour $V < 0$, il y a passage de courant si le haut de la bande inférieure de S1 est élevé au niveau du bas de la bande supérieure vide de S2. Il faut de nouveau pour cela une différence de potentiel $V = 2\Delta/e$.

La croissance de I est particulièrement forte à partir d'un seuil en raison des fortes densités d'états des énergies concernées (voir paragraphe IV-6 du chapitre XI). Le phénomène est plus fort encore que dans le cas d'une jonction supraconducteur/métal normal car les densités d'états divergent de part et d'autre de la jonction.

VII-3 Mécanisme physique

Comme représenté à la figure 14, elle se calcule sur le processus de l'effet tunnel entre un métal normal et un supraconducteur.

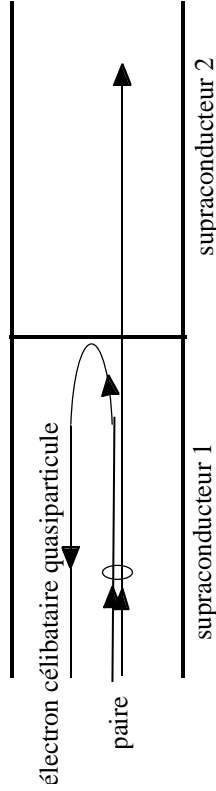


Figure 15: Dissociation d'une paire à l'interface entre deux blocs du même supraconducteur. L'un des électrons est transmis et l'autre réfléchi sous forme de quasi-particules dans chacun des blocs

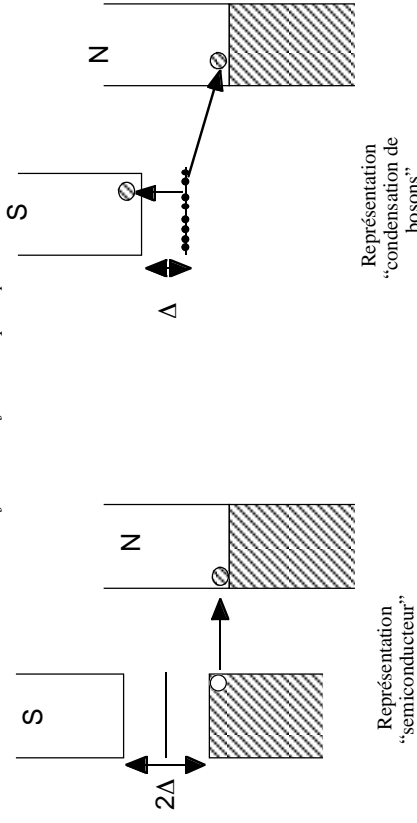


Figure 16 : Représentation du processus de transfert d'électron par effet tunnel d'un bloc à l'autre du même supraconducteur

Une paire de l'un des blocs (S1 sur cette figure) se présente à l'interface où elle se trouve dissociée. Un électron est réfléchi et devient une quasi-particule dans S1. L'autre est transmis et devient une quasi-particule dans S2. Il y a création de 2 quasi-particules, d'énergie Δ chacune, ce qui demande une différence de potentiel $V = 2\Delta/e$

Les schémas de la figure 16 explicitent cela dans les 2 représentations.

VIII-4 représentation "condensation de bosons" à 0K

Sous potentiel nul $V=0$, les niveaux bosoniques des 2 morceaux S1 et S2 coïncident.

Pour $V > 0$, un courant électrique ne peut circuler que si la flèche de l'état bosonique de S2 vers la bande de quasi-particules de S1 descend au moins de Δ (même décalage en énergie que celui représenté par la flèche verticale vers la bande de quasi-particules de S2). Cela n'est possible que si V est au moins égal à $2\Delta/e$.

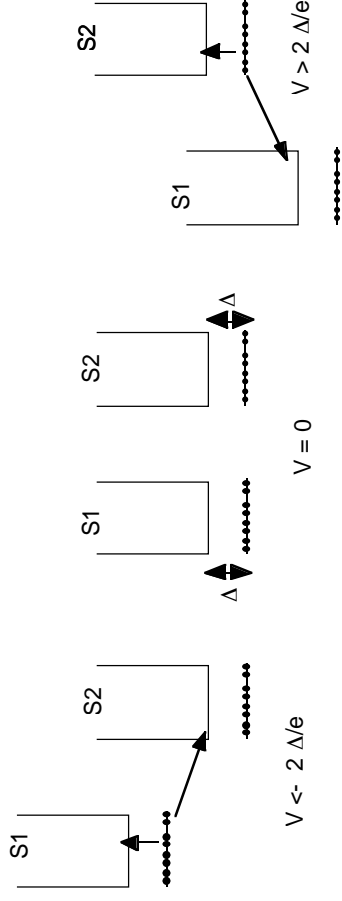


Figure 17: Représentation "condensation de bosons" d'une jonction tunnel entre deux blocs d'un même supraconducteur

VII-5 Effet de la température

A température non nulle et par activation thermique, un certain nombre de paires se brisent et donnent naissance à une population de quasi-particules. Leur effet est double:

- Une diminution de la largeur du gap (moins d'états de paire à balayer). Il s'agit d'une différence essentielle avec les vrais semi-conducteurs dont le gap ne dépend pas de la température.
- Un peuplement des états de quasi-particules, répartis par effet statistique à égalité sur les 2 bandes de la représentation semi-conducteur ou placés simplement en bas de bande des quasi-particules dans le modèle à "condensation de bosons".

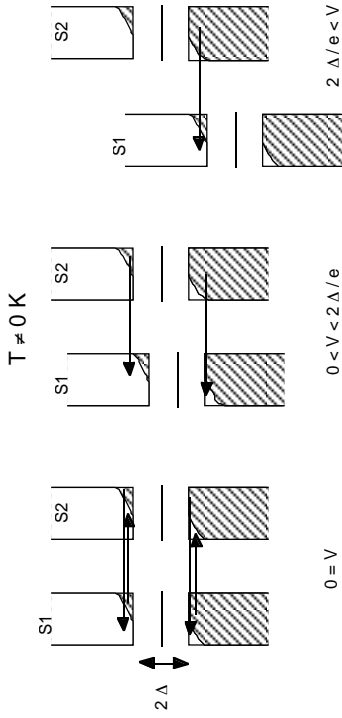


Figure 18: Représentation "semi-conducteur" d'une jonction tunnel supraconducteur/ métal normal à 0K

La diminution du gap $\Delta(T)$ avec la température décale le potentiel de seuil vers 0. L'occupation des états de quasi-particules permet le passage d'un courant non nul avant même que le potentiel atteigne son seuil $V = \Delta(T)/e$ comme on peut le voir à la figure 18 à partir du modèle semi-conducteur. La caractéristique courant-tension devient celle de la figure 13-b.

IX Courant tunnel entre semi-conducteurs différents

VIII-1 Résultats expérimentaux.

Ils sont présentés à la figure 19. A température nulle, on observe de nouveau deux tensions seuil, situées cette fois à $V = \pm (\Delta_1 + \Delta_2) / 2$ et un courant nul entre ces deux tensions.

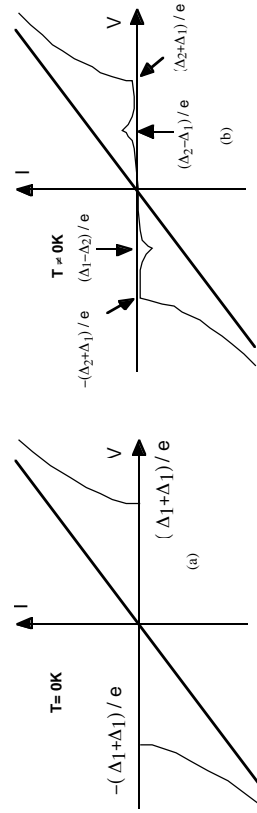


Figure 19: Caractéristique courant-tension d'une jonction tunnel entre deux blocs de supraconducteurs différents

En température non nulle, on a cette fois trois effets: i) les seuils sont décalés en raison de la diminution thermique des gaps Δ_1 et Δ_2 . ii) il y a un courant résiduel entre les deux seuils. iii) le courant résiduel présente un pic pour $V = \pm |\Delta_2 - \Delta_1|$

IX-2 Interprétation des positions de seuil

La position de seuil $V = (\Delta_1 + \Delta_2)/2$ est immédiate dans la représentation semi-conducteur. On peut se convaincre très facilement, en décalant globalement les états énergétiques de S1 par rapport à S2, qu'il s'agit du décalage minimum pour que des états occupés et des états vides se trouvent en vis-à-vis.

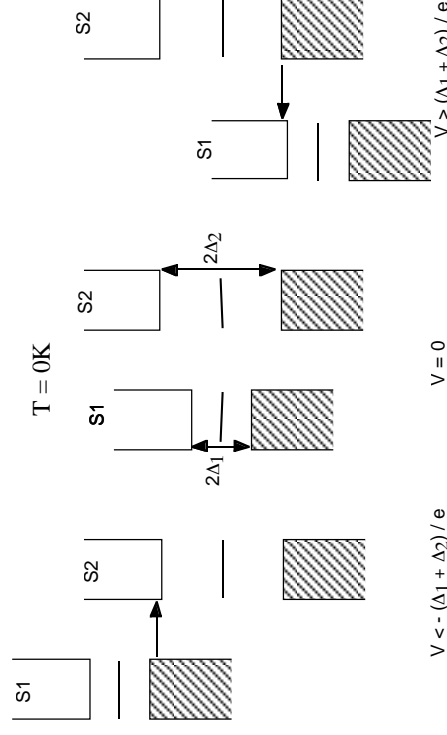


Figure 20: Représentation "semi-conducteur" d'une jonction tunnel entre deux blocs de supraconducteurs différents à 0K

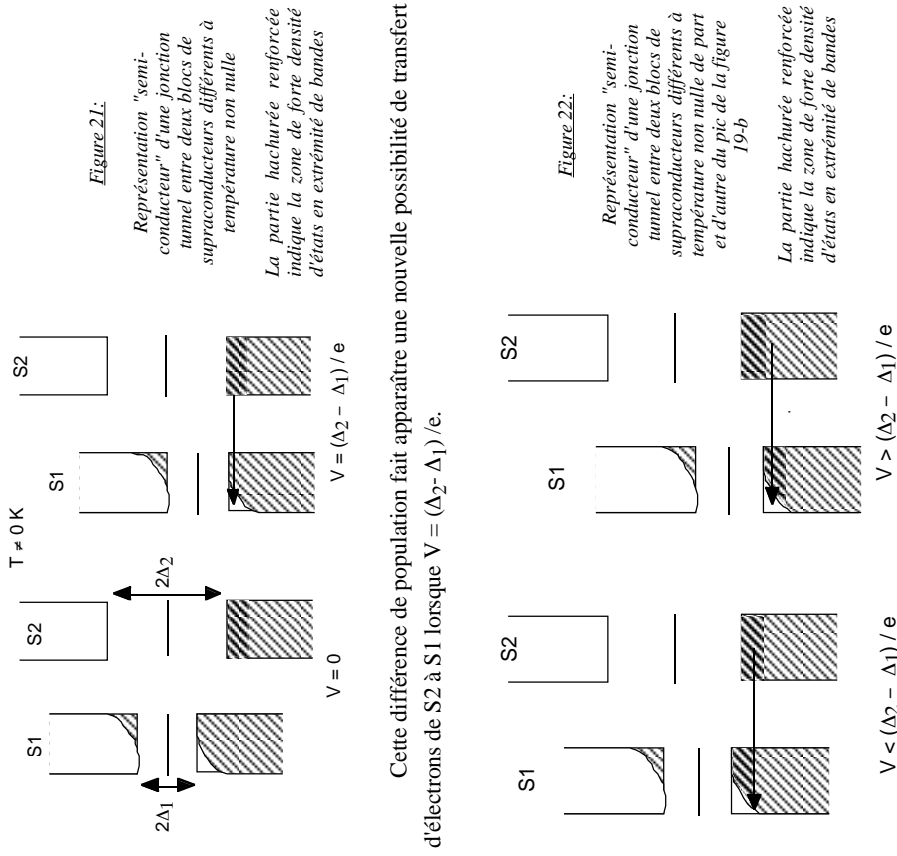
Le modèle "condensation de bosons" permet tout aussi bien de rendre compte des résultats expérimentaux.

Le mécanisme physique est celui de la figure 14, à la différence près que l'électron réfléchi conduit à une quasi-particule d'énergie minimale Δ_1 alors que l'électron transmis se trouvant dans le semi-conducteur S2 conduit à une quasi-particule d'énergie minimale Δ_2 , d'où la tension de seuil $V = \pm (\Delta_1 + \Delta_2) / 2$.

IX-3 Courant résiduel à température non nulle.

La différence de largeur de gap introduit un nouvel effet thermique dû au fait que à une température donnée T, les états de quasi-particules du supraconducteur à grand gap

sont beaucoup moins peuplés que les états de quasi-particules du supraconducteur à petit gap, tout simplement parce que les premiers coûtent beaucoup plus cher en énergie que les seconds. La différence est rapidement très grande en raison du caractère exponentiel des probabilités d'occupation des niveaux de quasi-particules. Pour faire simple, considérons deux supraconducteurs à grande différence de gap et plaçons-nous à relativement basse température de telle sorte que S1 présente une population significative de quasi-particules alors que S2 n'en contient pratiquement pas (figure 20).



Cette différence de population fait apparaître une nouvelle possibilité de transfert d'électrons de S2 à S1 lorsque $V = (\Delta_2 - \Delta_1) / e$.

Si $V < (\Delta_2 - \Delta_1)$, les états libres de haut de bande inférieure de S1 ne sont plus tout à fait en vis à vis des états pleins de haut de bande inférieure de S2.

-Si $V > (\Delta_2 - \Delta_1)$, les états vides précités sont toujours en face d'états occupés, mais ceux-ci, qui ne sont plus en haut de bande, présentent une densité d'état considérablement moins grande. La décroissance de I au-delà de $V = (\Delta_2 - \Delta_1) / e$ dans la caractéristique courant tension de la figure 19-b reflète le profil de densité d'état de la figure 7.

X Reflexions de Andreev

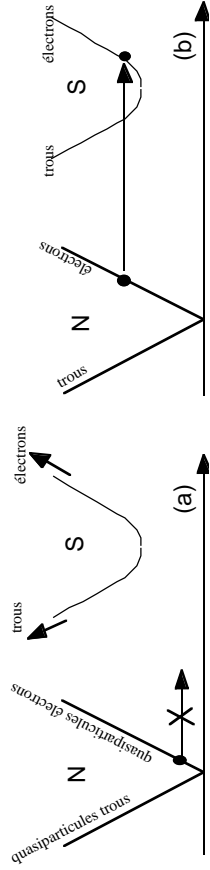
X-I Transfert de quasi-particules

Considérons une jonction normal/supraconducteur avec une différence de potentiel nul ($V=0$) et un électron libre dans le métal normal occupant un état situé au-dessus de k_F (quasi-particule électron).

La quasi-particule peut-elle passer dans le supraconducteur?

non si son énergie est inférieure au gap (figure 22-a)

oui si son énergie est supérieure au gap (figure 22-b)



Pour passer du métal normal au supraconducteur, la particule doit trouver un état de type quasi-particule-électron de même énergie de l'autre côté de la barrière.

Aussi bien dans le métal normal que dans le supraconducteur, la quasi-particule se déplace vers la droite (elle a été choisie ainsi dans N) puisque les vitesses de groupe dE/dk sont positives.

Plutôt que de choisir un état excité du métal normal, on aurait pu choisir un état à fleur de niveau de Fermi et décaler les niveaux d'énergie à l'aide d'un champ électrique. Le potentiel électrique devrait être de $-\Delta/e$; c'est le potentiel de seuil.

X-2 Effet de proximité et réflexion de Andreev

Mais nous savons que la largeur de gap qui suit la fonction d'onde du modèle de Ginzburg-Landau n'est pas uniforme dans le supraconducteur et qu'elle passe de 0 à sa valeur Δ sur la longueur de cohérence ξ .

Une quasi-particule électron du métal normal initialement positionnée en 1 va pouvoir accéder aux états 2, 3 et 4 qui sont localisés à l'intérieur du supraconducteur, sans voir son énergie modifiée.

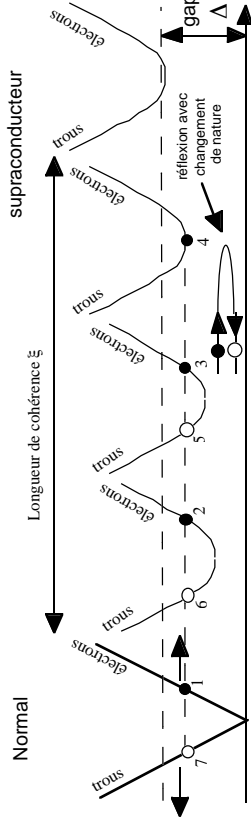


Figure 23 Réflexion de Andreev d'un électron sous forme de trou

C'est alors que la forme de courbe de dispersion du supraconducteur conduit à un effet subtil dit "réflexion de Andreev".

Au fur et à mesure de sa pénétration dans le supraconducteur, la particule électron se rapproche du bas de la courbe de dispersion. Sa vitesse de groupe qui est la pente de la courbe en ce point, diminue pour s'annuler en bas de bande (point 4). Par "l'élan" elle franchit le minimum et arrive dans une zone où la tangente change de signe et la vitesse devient négative. La particule entreprend un mouvement accéléré vers le métal normal où elle émerge sous forme de trou!

Ainsi une quasi-particule électron se réfléchit sous forme de trou. Elle a pu changer de nature dans le supraconducteur car les quasi-particules de l'état supraconducteur sont combinaisons de trou et d'électrons, notamment en bas de bande.

III-3 Etats d'Andreev

Imaginez maintenant la situation où un métal normal sous forme de film mince sépare 2 blocs du même supraconducteur S1 et S2.

Initialement sous forme d'électron, une quasi-particule pénètre dans le S1 puis est réfléchi sous forme de trou. Sous forme de trou, elle traverse le métal normal et par un

raisonnement symétrique, elle est réfléchi par S2 sous forme d'électron et continue son processus de réflexion multiple.

Dans ce cas, il faut bien sûr repartir de la fonction d'onde de la particule, écrire l'interférence des ondes réfléchies et, tel que dans un Pérot-Fabry, déterminer les modes stationnaires que l'on appelle "Etats de Andreev".