

CHAPITRE IX

Dynamique des vortex dans les supraconducteurs de type II

I Introduction

Le comportement magnétique et les propriétés de transport des supraconducteurs de type II sont dominés par le comportement des vortex et par leur dynamique. La distribution du courant électrique dans un fil supraconducteur, le courant critique qu'il peut supporter ou encore la réponse du système à un champ magnétique extérieur que nous avons abordés au chapitre II, implicitement pour des supraconducteurs de type I, sont à reconsidérer totalement.

La compréhension des phénomènes de transport dans les supraconducteurs de type II en phase de Shubnikov (vortex) est essentielle pour les applications de l'électromécanique et des aimants car c'est dans cette phase que l'on travaille. La raison est simplement que le champ critique H_c des supraconducteurs de type I, et a fortiori le champ critique inférieur H_{c1} des supraconducteurs de type II, ne dépassent jamais 1000 Oe, alors que les applications électromécaniques et les aimants requièrent des champs de plusieurs Teslas qui ne peuvent être supportés que par les supraconducteurs de type II en phase de vortex.

II Interaction entre vortex

II-1 Origine de la répulsion entre vortex

La répulsion entre deux vortex trouve son origine dans l'expression de l'énergie d'un vortex qui, nous l'avons vu au chapitre précédent, s'écrit:

$$\frac{\phi_0^2}{4\pi\lambda^2} \ln\left(\frac{r}{\xi}\right)$$

Cette énergie contient ϕ_0 au numérateur car nous avons admis que le vortex, qui ne peut porter qu'un nombre entier de fluxons, n'en portait qu'un seul. Si le vortex portait plusieurs fluxons, ϕ_0 serait à remplacer par $n\phi_0$.

Le premier problème qui se pose est celui-ci: si nous avons un flux $\phi = 2\phi_0$ à placer, vaut-il mieux le concentrer sur un vortex qui porterait deux fluxons ou sur 2 vortex qui porteraient chacun un fluxon, chacune de ces solutions étant permise par les effets de cohérence. La réponse est immédiate si l'on considère l'expression de l'énergie des vortex.

L'énergie d'un système à 1 vortex portant $2\phi_0$ serait:

$$\frac{(2\phi_0)^2}{4\pi\lambda^2} \ln\left(\frac{r}{\xi}\right)$$

celle d'un système de 2 vortex portant chacun un fluxon est:

$$2 \times \frac{\phi_0^2}{4\pi\lambda^2} \ln\left(\frac{r}{\xi}\right)$$

ce qui est manifestement moindre. Clairement, 2 vortex à $1\phi_0$ verraient leur énergie augmenter s'il se fondaient en 1 vortex à $2\phi_0$. Cela signifie que les vortex se repoussent.

La comparaison avec des dislocations de vecteurs de Burgers \mathbf{b} parallèles est immédiate. Une dislocation de vecteur de Burgers $2\mathbf{b}$ porte une énergie proportionnelle à $(2b)^2 = 4b^2$ alors que 2 dislocations de vecteur de Burgers \mathbf{b} portent chacune b^2 , soit au total $2b^2$ pour cette raison, 2 dislocations de vecteurs de Burgers parallèles se repoussent. La comparaison ne peut aller au-delà car les vecteurs de Burgers comme leur nom l'indique doivent être ajoutés vectoriellement, ce qui implique l'attraction de dislocations de vecteurs de Burgers antiparallèles. Le fluxon est un scalaire et les vortex se repoussent toujours.

II-2 Energie libre d'un ensemble de 2 vortex.

L'énergie libre d'un volume de supraconducteur s'écrit toujours:

$$U = \frac{1}{2\mu_0} \int [\mathbf{B}^2 + \lambda^2 (\mathbf{rot} \mathbf{B})^2] d\mathbf{r} = \frac{1}{2\mu_0} \int_{\text{espace}} \mathbf{B} \cdot (\mathbf{B} + \mu_0 \lambda^2 \mathbf{rot} \mathbf{j}) d\mathbf{r}$$

et l'équation de London généralisée d'un ensemble de 2 vortex (1) et (2), placés aux positions \mathbf{r}_1 et \mathbf{r}_2 dans le plan (xOy) perpendiculaire à l'axe du vortex devient:

$$\mathbf{B} + \mu_0 \lambda^2 \mathbf{rot} \mathbf{j} = \phi_0 \delta_2(\mathbf{r}-\mathbf{r}_1) + \phi_0 \delta_2(\mathbf{r}-\mathbf{r}_2)$$

Si on décompose le champ $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ en un point \mathbf{r} de l'espace comme la somme du champ $\mathbf{B}_1(\mathbf{r})$ associé au vortex (1) et du champ $\mathbf{B}_2(\mathbf{r})$, associé au vortex (2), et en procédant comme au paragraphe III-3 du chapitre VIII, l'énergie ε_2 de l'ensemble des 2 vortex s'écrit:

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 &= \frac{\phi_0}{2\mu_0} \int_{\text{espace}} [\mathbf{B}_1(\mathbf{r}) + \mathbf{B}_2(\mathbf{r})] \cdot [\delta_2(\mathbf{r}-\mathbf{r}_1) + \delta_2(\mathbf{r}-\mathbf{r}_2)] d\mathbf{S} \\ &= \frac{\phi_0}{2\mu_0} [\mathbf{B}_1(\mathbf{r}_1) + \mathbf{B}_2(\mathbf{r}_2) + \mathbf{B}_1(\mathbf{r}_2) + \mathbf{B}_2(\mathbf{r}_1)] \end{aligned}$$

Les 2 premiers termes constituent l'énergie de formation de 2 vortex isolés:

$$\frac{\phi_0}{2\mu_0} [\mathbf{B}_1(\mathbf{r}_1) + \mathbf{B}_2(\mathbf{r}_2)] = 2\varepsilon_1$$

Le reste représente le terme d'interaction:

$$W_{12} = \frac{\phi_0}{2\mu_0} [\mathbf{B}_1(\mathbf{r}_2) + \mathbf{B}_2(\mathbf{r}_1)]$$

Le champ créé en \mathbf{r}_2 par un vortex centré en \mathbf{r}_1 ne dépendant que de la distance r qui sépare les vortex, nous avons:

$$\mathbf{B}_1(\mathbf{r}) = \mathbf{B}_2(\mathbf{r}) = \mathbf{B}(r)$$

où $\mathbf{B}(r)$ est le champ magnétique d'un vortex à la distance r de son axe.

$$\mathbf{B}(r) = \frac{\phi_0}{2\pi \lambda^2} K_0 \left(\frac{r}{\lambda} \right)$$

L'énergie d'interaction est alors:

$$W_{1,2}(r) = \frac{\phi_0}{\mu_0} \mathbf{B}(r) = \frac{\phi_0^2}{2\pi \mu_0 \lambda^2} K_0 \left(\frac{r}{\lambda} \right)$$

A grande distance $x \gg \lambda$, la fonction de Hankel (voir chapitre II) s'approxime en: $(\lambda/2\pi r)^{1/2} \exp(-\pi r/\lambda)$ et l'énergie d'interaction devient:

$$W_{1,2}(r) = \frac{\phi_0^2}{2\pi \mu_0 \lambda^2} \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi r}} \exp\left(-\frac{r}{\lambda}\right)$$

II-3 Energie d'un ensemble de n vortex

La généralisation de l'expression de l'énergie de formation d'un ensemble de n vortex est immédiate:

$$\varepsilon_n = \frac{\phi_0}{2 \mu_0} \int_{\text{espace}} \left[\sum_{i=1}^n \mathbf{B}_i(\mathbf{r}) \right] \left[\sum_{j=1}^n \delta_2(\mathbf{r}-\mathbf{r}_j) \right] d\mathbf{S}$$

soit:

$$\varepsilon_n = n \left[\varepsilon_1 + \sum_1^n \frac{\phi_0^2}{2\pi \mu_0 \lambda^2} \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi r}} \exp\left(-\frac{r}{\lambda}\right) \right]$$

le terme entre crochet, représente l'énergie intrinsèque ε_1 d'un vortex à laquelle on ajoute son énergie d'interaction avec tous les autres vortex. Cette expression de ε est celle que on a utilisé au § VII-4 du chapitre VIII.

II-4 Force d'interaction entre deux vortex

L'énergie potentielle d'interaction entre 2 vortex ne dépendant que de r (norme de \mathbf{r}), la force d'interaction:

$$\mathbf{F}_{12} = -\text{grad} W_{12}$$

est radiale et a comme seule composante:

$$F_{1,2}(r) = - \frac{\partial W_{1,2}(r)}{\partial r}$$

Avec la relation:

$$K'_0 = -K_1$$

K_1 étant la fonction de Hankel d'ordre (§ VI-2 chapitre II), nous obtenons:

$$F_{1,2}(r) = \frac{\phi_0}{2\pi \mu_0 \lambda^3} K_1 \left(\frac{r}{\lambda} \right)$$

dont le comportement à grande distance est:

$$F_{1,2}(r) = \frac{\phi_0^2}{2\pi \mu_0 \lambda^3} \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi r}} \exp\left(-\frac{r}{\lambda}\right)$$

$F_{1,2}(r)$ est positive et il s'agit donc d'une force répulsive entre les 2 vortex.

II-5 Force entre vortex vue côté courant

Récrivons l'expression de la force en faisant apparaître le champ magnétique $\mathbf{B}_1(r)$ créé par le premier vortex sur le deuxième:

$$\mathbf{W}_{1,2}(r) = \frac{\phi_0}{\mu_0} \mathbf{B}_1(r)$$

Il vient:

$$F_{1,2}(r) = - \frac{\partial W_{1,2}(r)}{\partial r} = - \frac{\phi_0}{\mu_0} \frac{\partial B_1(r)}{\partial r}$$

Or le champ magnétique \mathbf{B}_1 créé par le vortex (1) est lié à la densité de courant \mathbf{J}_1 du vortex (courant de London) par la relation de Maxwell:

$$\text{rot } \mathbf{B}_1 = \mu_0 \mathbf{J}_1$$

Si on place le vortex (2) suivant l'axe Oz d'un système cartésien, à la position $M_2(x,0,0)$, la seule composante de la force $\mathbf{F}_{1,2}$ qui s'applique en ce point sera suivant l'axe Ox (force radiale) et aura comme intensité:

$$F_{1,2,x} = -\phi_0 J_{1y}$$

Ecrit ainsi, la force sur le vortex (2) en un point \mathbf{r} apparaît comme le résultat d'une interaction locale entre son flux ϕ_0 et la densité de courant du premier vortex(1) en ce point \mathbf{r} .

Si on définit un élément de longueur $d\mathbf{l}_2$ du vortex(2) orienté dans le sens du champ magnétique qu'il porte ($\phi_0 > 0$), les orientations relatives de $d\mathbf{l}_2$, \mathbf{J}_1 et $\mathbf{F}_{1,2}$ (représentées à la figure 1) sont telles que l'on peut écrire:

$$d\mathbf{F}_{1,2} = \mathbf{J}_1 \wedge \phi_0 d\mathbf{l}_2$$

que l'on peut généraliser ainsi:

L'élément de force $d\mathbf{F}_{1,2}$, que subit en un point \mathbf{r} un élément $d\mathbf{l}_2$ de vortex (2) de la part d'un vortex (1) placé à l'origine, est égale au produit vectoriel de la densité de courant \mathbf{J}_1 créée au point \mathbf{r} par le premier vortex et de $\phi_0 d\mathbf{l}$.

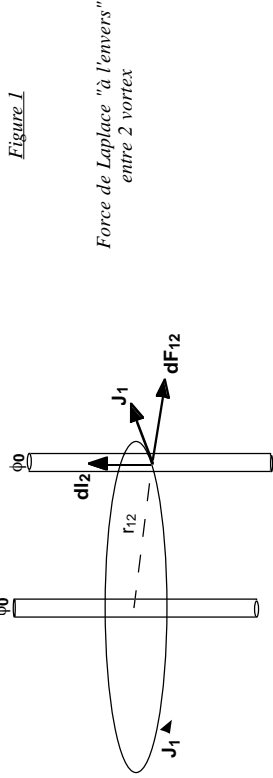


Figure 1

Force de Laplace "à l'envers"
entre 2 vortex

Un rapprochement avec la force de Magnus a été faite par De Gennes, mais il semble (à vérifier) que cela soit sujet à caution et que la force de Magnus soit à ajouter. Elle est essentielle pour les vortex de l'hélium superfluide, mais serait du second ordre pour les vortex des supraconducteurs en raison de la charge des particules en rotation et du champ magnétique qu'elles engendrent (c'est l'effet que nous venons de calculer).

II-6 Loi de Laplace "à l'envers"

Cette façon d'énoncer la force que subit un vortex (2) de la part d'un premier vortex se généralise à tout vortex placé dans un champ de densité de courant \mathbf{J} créé par une source extérieure à ce vortex, que cette source soit un autre vortex, une assemblée d'autres vortex ou encore un courant envoyé par l'expérimentateur.

Une démonstration générale de cette loi à partir des équations de Ginzburg-Landau est reproduite dans l'article de Kim et Stephen [PAR-p.1113].

On peut comparer les 2 "lois de Laplace":

Loi	Loi de Laplace de force subie par un fil	Loi de Laplace "à l'envers" de force \mathbf{F}_v subie par un vortex
Champ créé par une source extérieure	$d\mathbf{F} = \mathbf{I} d\mathbf{l} \wedge \mathbf{B}$	$d\mathbf{F}_v = \mathbf{J} \wedge \phi_0 d\mathbf{l}$
Flux porté par le fil	Champ magnétique	Champ de densité de courant
	Flux de densité de courant porté par le fil (définition de l'intensité)	Flux de champ magnétique porté par le fluxon

II- 7 Loi de Laplace: force exercée par un vortex sur un courant.

On peut, par curiosité, s'intéresser à la force créée sur une densité de courant \mathbf{J} et les charges qu'elle représente lorsque celle-ci traverse la zone de champ magnétique du vortex.

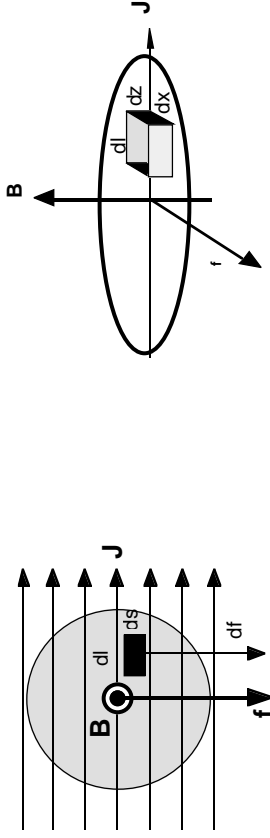


Figure 2 : Courants supraconducteurs traversant le champ magnétique d'un vortex

Les électrons qui forment la densité de courant \mathbf{J} subissent une force de Laplace. A travers la section $ds = dx dz$ perpendiculaire à \mathbf{J} , il passe un courant $dI = J dx dz$. Sur une longueur dl de cette section, il s'exerce une force $d\mathbf{f} = B dl = B J dx dz dl$.

Or, $dx dl$ est un élément de surface dS vu du dessus, perpendiculaire au champ magnétique. Ainsi pour une longueur unité de vortex (dans la direction Oz) il s'exerce une force:

$$\mathbf{F} = J \iint_{\text{surface du vortex}} \mathbf{B} dS = J \phi_0$$

Mais attention, cette force tend à déplacer le courant par rapport au vortex et non le vortex par rapport au courant.

On pourrait penser que ce n'est qu'un problème de changement de référentiel et que dans le référentiel du courant, le vortex se déplacerait en sens inverse. Le problème est que la direction de déplacement du vortex serait contraire à celle prévue par la "loi de Laplace à l'envers" (voir POO -p.293).

Sous toute réserve, la raison de cette différence tient à la forme de l'énergie d'interaction. L'énergie d'interaction entre 2 vortex est:

$$W_{12} = \frac{\phi_0}{2 \mu_0} [\mathbf{B}_1(\mathbf{r}_2) + \mathbf{B}_2(\mathbf{r}_1)] = \frac{\phi_0}{\mu_0} \mathbf{B}(\mathbf{r})$$

où $\frac{\phi_0}{\mu_0} = \mu$ est le moment magnétique porté par un vortex et $\mathbf{B}(\mathbf{r})$, le champ créé par

l'autre, ce qui signifie que l'énergie d'interaction est entre un vortex et un champ est $+\mu \mathbf{B}$. or on sait que classiquement, l'énergie d'interaction entre un moment magnétique et un champ est $-\mu \mathbf{B}$.

La raison est que le vortex n'est pas un pure moment et il ne tire pas son énergie de la seule interaction champ-moment. Il contient le terme d'énergie cinétique qui vient renverser la situation. On n'est donc plus dans le cadre de la simple électromagnétisme et la loi de laplace n'a plus de raison d'être valide. Tout cela reste délicat ..

III- Passage du courant dans un fil supraconducteur de type II

III-1 Répartition du courant dans un fil

Nous avons vu au chapitre II que dans un supraconducteur, (implicitement de type I), le courant imposé à un fil supraconducteur se concentrait au voisinage de la surface extérieure dans sa zone de London, avec une densité de courant décroissant exponentiellement à partir de la surface.

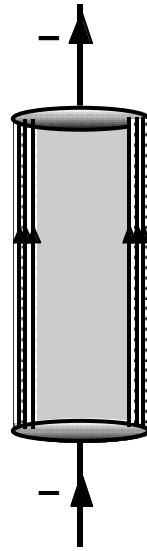


Figure 3:
Distribution du courant un supraconducteur de type I, le courant circule au voisinage de la surface extérieure (sur l'épaisseur de London)

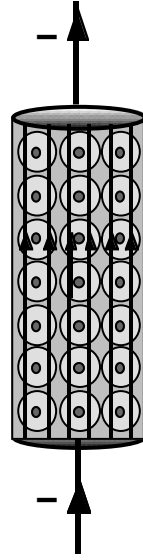


Figure 4:
Distribution du courant dans un supraconducteur de type II en phase de Shubnikov. Le courant circule dans tout le volume et en particulier à travers la zone "London" des vortex.

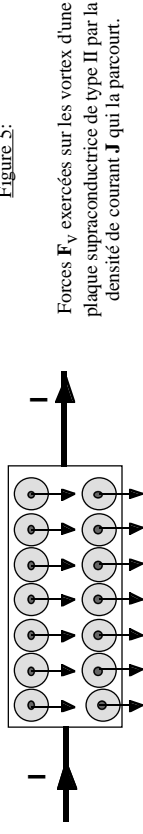
Dans un supraconducteur de type II, en régime Shubnikov (régime de vortex), le courant circule dans tout le volume et en particulier à travers les zones "London" des vortex. Tout au plus, le courant évite les coeurs des vortex qui se rapprochent d'une phase normale.

III-2 Mouvement des vortex dans un fil parcouru par un courant

Les vortex placés dans un champ de courant subissent comme nous l'avons énoncé au paragraphe II-5 de ce chapitre, une force transversale obéissant à :

$$d\mathbf{F}_v = \mathbf{J} \wedge \phi_0 d\mathbf{l}$$

Figure 5:



Forces F_y exercées sur les vortex d'une plaque supraconductrice de type II par la densité de courant J qui la parcourt.

En conséquence, comme on peut le voir à la figure 5, les vortex subissent une force perpendiculaire à la densité de courant J . Cette force conduit les vortex se déplacer transversalement et "rentrer d'un côté pour sortir de l'autre"!

III-3 Pénétration des vortex dans le supraconducteur.

La pénétration d'un vortex dans l'échantillon revient à la formation d'une boucle de courant. Comme représenté à la figure 6, elle peut naître à partir d'une distorsion du courant de London extérieur. Sur la figure 6, de a à c, la distorsion s'amplifie pour faire apparaître (d) une boucle qui finit par se détacher (e) sous l'effet de la force d'interaction avec la densité de courant J (figure 6)

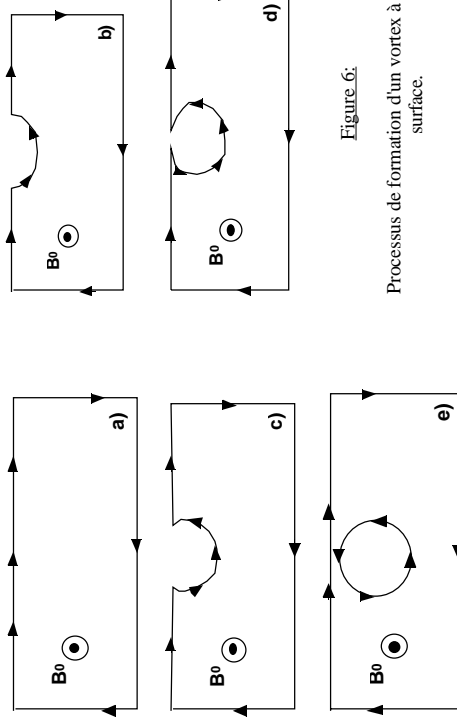


Figure 6:
Processus de formation d'un vortex à partir de la surface.

III-4 Densité de courant critique

Baigné dans un champ de courant J , le vortex subit une force et aura tendance à se déplacer dans le sens de la force comme représenté à la figure 5. Naturellement, des forces d'interaction avec les défauts du matériau (forces d'ancrage) vont venir s'opposer à ce

déplacement. Comme toujours dans ce genre de problème, dislocations ou parois de domaines, ces forces d'interaction se manifesteront de deux façons et feront apparaître 2 régimes:

- Un régime d'ancrage: les forces d'ancrage sont suffisamment intenses pour s'opposer à la force initiale et empêchent le mouvement du vortex qui sera sous tension mais restera immobile.
- Un régime dynamique: les forces d'ancrages sont dominées, elles agissent comme des forces de frottement et provoquent de la viscosité.

Le passage du régime d'ancrage au régime dynamique a lieu lorsque la force F_v dépasse une valeur critique F_c ou encore, vu l'expression qui lie la force à la densité de courant J , lorsque la densité de courant J atteint une valeur critique J_c .

J_c est essentiellement dominé par la microstructure du matériau et ses défauts (dislocations, précipités, etc.)

IV phénomènes dissipatifs

IV-1 Densité de courant critique et régime dissipatif

Les régimes d'ancrage et de déplacement visqueux des vortex sont fondamentalement différents quant à leur conséquence:

- En régime de déplacement visqueux, le vortex se déplace et avec lui le point d'application de la force qui le fait se mouvoir.
- Or, qui dit déplacement de force dit travail et en raison du régime visqueux, dissipation de ce travail sous forme de chaleur.
- L'énergie dissipée ne peut provenir d'une façon ou d'une autre que de l'expérimentateur qui envoie le courant I qui se répartit avec une densité de courant J dans le supraconducteur.
- Pour redonner de l'énergie au système, l'expérimentateur n'a d'autre alternative que d'appliquer la seule force qu'il maîtrise: celle d'un champ électrique sur les électrons supraconducteurs, ce qu'il fera en appliquant une différence de potentielle ΔV aux bornes du supraconducteur.
- Le fil est devenu résistif avec une résistance $R = \Delta V / I$

Même si les processus microscopiques sont à préciser, on voit nettement se dessiner les deux bouts de la chaîne:

- L'expérimentateur fournit la puissance $W = I \Delta V$.
- Les vortex dans leur déplacement visqueux dissipent la même puissance.

La seule parade à ce phénomène dissipatif est d'empêcher les vortex de bouger puisque des forces qui ne se déplacent pas ne dissipent pas de chaleur.

On peut obtenir un régime non dissipatif en phase de Shubnikov, à la condition express et de piéger les vortex.

C'est dans ce régime que fonctionnent les aimants supraconducteurs qui peuvent facilement fournir des champs de 8 T avec l'alliage NbTi et 15 T avec les composés A15 tels que Nb₃Sn.

IV-2 Equation du mouvement des vortex

En régime dynamique, un vortex subit la force extérieure $\mathbf{J} \wedge \phi_0$ et se trouve freiné par les interactions avec le réseau. Intuitivement, on introduit une masse effective de vortex m_ϕ et un coefficient de freinage β tels que [POO-p.296]:

$$\mathbf{J} \wedge \phi_0 - \beta \mathbf{v} = m_\phi \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

En fait il faut ajouter un autre terme appelé force de Magnus, qui est un terme "d'effet" tel que ceux (parfois étonnants) que l'on voit lors de tirs bien brossés par les footballeurs plus talentueux.

Expérimentalement, une balle brossée qui se déplace dans un milieu visqueux subit une force transversale au mouvement et se trouve déviée (c'est de la mécanique des fluides). Par simple comparaison, on peut dire que le vortex avec son mouvement de rotation est une balle "bien brossée" qui va subir lors de son déplacement une force transversale dont on montre qu'elle s'écrit:

$$\mathbf{F}_{\text{mag}} = -\alpha n \mathbf{q} (\mathbf{v} \wedge \phi_0)$$

où α est un coefficient qui dépend du modèle.

L'équation générale du mouvement est donc:

$$\mathbf{J} \wedge \phi_0 - \alpha n \mathbf{q} (\mathbf{v} \wedge \phi_0) - \beta \mathbf{v} = m_\phi \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

Il semblerait (à vérifier) que la force de Magnus soit dans les supraconducteurs négligeable devant le terme $\mathbf{J} \wedge \phi_0$ [TIL-p.227]. En revanche, en suprafluidité, elle constitue une force essentielle puisque le terme magnétique n'existe pas (les vortex de la suprafluidité sont des tourbillons locaux d'hélium superfluide)

V-3 Dissipation

Si on oublie le terme de Magnus, en régime de croisière, on a les équations:

$$J \phi_0 - \beta v = 0 \quad \text{et} \quad v = \frac{J \phi_0}{\beta}$$

et la puissance dissipée par vortex est F.v soit:

$$P = \frac{J^2 \phi_0^2}{\beta}$$

IV-4 Mécanisme résistif

La traduction du phénomène dissipatif en terme de résistivité nécessite d'introduire des valeurs moyennes et nous la reportons au § IV-5. Voyons cependant le processus microscopique qui y conduit.

Considérons tout d'abord à la figure 7 un vortex et la densité de courant J qui circule en son voisinage. Faute de densité de charge supraconductrice au coeur du vortex, la densité de courant contourne le coeur du vortex. Si elle le contourne c'est bien parce qu'il se comporte comme une zone normale avec une résistivité non nulle [ANT-p.2-66].

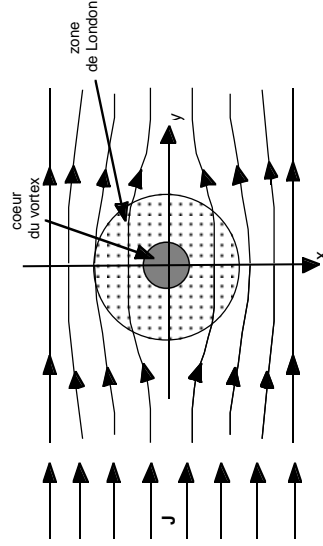


Figure 7

Lignes de densité de courant J au voisinage d'un vortex. Les lignes évitent le coeur du vortex de résistivité non nulle.

Déplaçons le vortex à la vitesse v dans la direction Ox (figure 8). En déplaçant le vortex, on déplace le champ magnétique suivant Oz qui lui est associé. Les point fixes de l'échantillon qui voient le vortex arriver (à l'avant) subissent une augmentation de champ magnétique et un $\frac{\partial B}{\partial t}$ positif, alors que ceux qui voient le vortex les quitter (à l'arrière) subissent un $\frac{\partial B}{\partial t}$ négatif.

En raison de la relation de Maxwell $\text{rot } \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$, un champ électrique \mathbf{E} s'enroule autour des $-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ à l'avant et à l'arrière. Il le fait comme le champ magnétique \mathbf{B} s'enroule autour d'un courant \mathbf{j} auquel il est lié par la relation $\text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$. Comme on le voit sur les figures 8 et 9, ce champ électrique forme des boucles qui ramènent le courant électrique vers le coeur du vortex dans une région résistive. Les lignes de courant de la figure 7 sont redressées (figure 9)

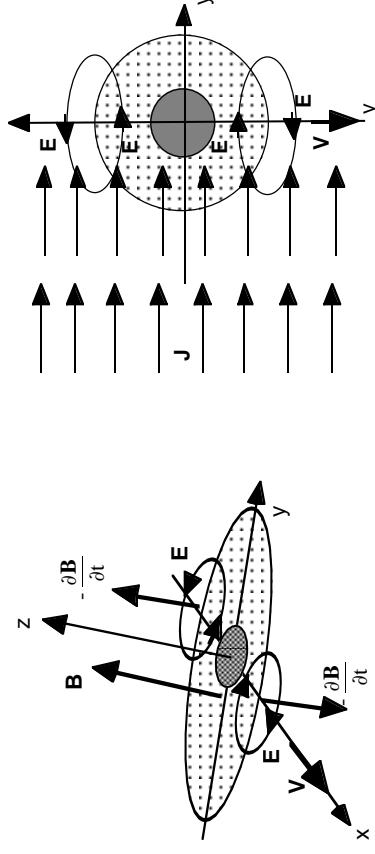


Figure 8.

Variations de champ magnétique et boucles de champ électrique engendrées par le déplacement d'un vortex

Figure 9.

Redressement des lignes de densité de courant sous l'effet des boucles de champ électrique engendrées par le déplacement du vortex

On aurait pu dire qu'il suffisait de déplacer le vortex dans l'autre sens. Certes, l'effet contraire se serait produit, mais s'il se déplace dans ce sens c'est sous l'effet de J lui-même par la relation $d\mathbf{F}_v = \mathbf{J} \wedge \phi_0 d\mathbf{l}$.

V Interaction entre un vortex et un ensemble de vortex

V-1 Effet d'inhomogénéité de densité de vortex.

Généralement, un vortex se trouve situé parmi de nombreux vortex et la force à laquelle il se trouve soumis est la résultante de toutes les forces élémentaires qu'il subit de la part de chacun des autres vortex.

Considérons tout d'abord un réseau carré de vortex (figure 10-a) et focalisons-nous sur un vortex particulier représenté en trait épais.

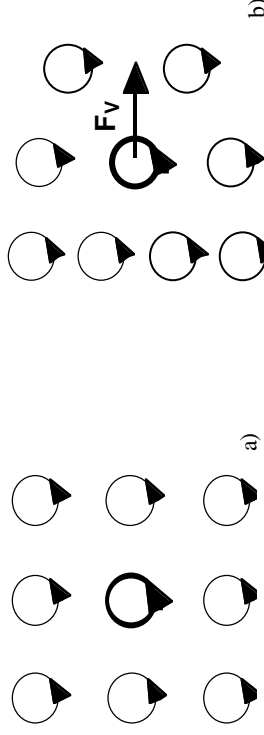


Figure 10: Vortex en réseau (a) et vortex situé dans un gradient de densité de vortex (b)

Ce vortex est soumis à des forces égales et opposées de la part de chacun des autres vortex placés symétriquement et donc en moyenne à une force résultante \mathbf{F}_v nulle.

Le même vortex sur la figure 10-b, placé dans un environnement non homogène va subir une force résultante \mathbf{F}_v non nulle. Il est plus poussé vers la droite par les vortex de gauche que poussé vers la gauche par les vortex de droite.

On peut alors assister à une réorganisation des vortex qui vont reformer un réseau carré, et c'est sur cet argument que nous nous sommes appuyés au chapitre précédent pour justifier l'arrangement des vortex en réseaux.

Mais aussi, si de proche en proche, la densité de vortex à droite est toujours plus faible que la densité de vortex à gauche, on assistera à un déplacement d'ensemble.

Manifestement la force résultante est liée à une inhomogénéité de densité de vortex et a priori au premier ordre aux dérivées de cette densité. Il est tentant d'écrire que la force résultante est proportionnelle au gradient de la densité de vortex $n(x,y)$ dans le plan perpendiculaire à l'axe des vortex.

V-2 Effet d'inhomogénéité de densité de courant

Plutôt que de faire la somme des forces F_{vi} dues à chacun des vortex voisins, on peut chercher tout d'abord la résultante \mathbf{J} des densités de courants \mathbf{J}_i associées aux autres vortex et appliquer la loi de Laplace "à l'envers" avec \mathbf{J} . La force résultante par unité de longueur de vortex est alors égale à:

$$\mathbf{F}_v = \sum_i \mathbf{F}_{vi} = \left(\sum_i \mathbf{J}_i \wedge \phi_0 \mathbf{u} \right) \wedge \phi_0 \mathbf{u} = \mathbf{J} \wedge \phi_0 \mathbf{u}$$

où \mathbf{u} est un vecteur unitaire porté par l'axe du vortex et orienté dans la direction du champ propre \mathbf{B} du vortex.

Le problème est alors: une distribution de densité surfacique de vortex $n_v(x,y)$ étant donnée dans le plan (x,y) que vaut \mathbf{J} la densité de courant résultante?

L'effet d'inhomogénéité peut aussi être mis en évidence en reprenant la figure 10. Il est clair que, sur le vortex central de la figure 10-a, la résultante des courants dus aux autres vortex est nulle. Il suffit de constater que les densités de courants associées à deux vortex placés symétriquement traversent le vortex central dans des sens opposés et s'annulent.

A l'opposé, le vortex central de la figure 10-b est traversé par une résultante de courant non nulle car les courants des vortex de droite ne compensent pas les courants des vortex de gauche. Sur la figure 7-b, la résultante des courants parcourt la figure de bas en haut. \mathbf{u} étant un vecteur orienté vers l'avant (direction cohérente avec la chiralité du vortex), la force résultante est bien sûr comme précédemment de gauche à droite.

V-3 Densité de courant résultante et force sur les vortex.

Les équations de Maxwell nous apprennent que le champ magnétique \mathbf{B}_i est lié à la densité de courant \mathbf{J}_i qui l'a fait naître par la relation locale $\mathbf{rot} \mathbf{B}_i = \mu_0 \mathbf{J}_i$. Cette relation est vraie vortex par vortex et en raison de la linéarité de cette expression, la résultante \mathbf{B} de tous les champs magnétiques de vortex est liée en tout point de l'espace à la résultante \mathbf{J} de tous les courants de vortex par la relation:

$$\mathbf{rot} \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$$

ce qui conduit à la nouvelle expression de la force sur un vortex:

$$\mathbf{F}_v = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{rot} \mathbf{B} \wedge \phi_0 \mathbf{u}$$

Puisque \mathbf{B} n'a de composante que suivant Oz , et que \mathbf{u} est un vecteur unitaire dirigé dans la même direction:

$$F_{vx} = \frac{\phi_0}{\mu_0} \frac{\partial B_z(x,y)}{\partial x} = \phi_0 J_y \quad F_{vy} = \frac{\phi_0}{\mu_0} \frac{\partial B_z(x,y)}{\partial y} = -\phi_0 J_x$$

V-4 Champ magnétique moyen et densité de vortex.

Le traitement que nous venons de faire est critiquable en raison des variations très rapides des champs magnétiques \mathbf{B} et des densités de courant \mathbf{J} qui règnent au sein d'un matériau dont les zones de London des vortex s'interpénètrent, d'autant plus que nous avons fait des vortex des objets quasiment ponctuels.

Aussi, nous allons travailler en valeur moyenne $\bar{\mathbf{B}}(x,y)$, $\bar{\mathbf{J}}(x,y)$ et $\bar{\mathbf{F}}(x,y)$ et écrire:

$$\mathbf{rot} \bar{\mathbf{B}} = \mu_0 \bar{\mathbf{J}} \quad \bar{\mathbf{F}}_v = \bar{\mathbf{J}} \wedge \phi_0 \mathbf{u} \quad \bar{\mathbf{F}}_v = \frac{\mathbf{rot} \bar{\mathbf{B}}}{\mu_0} \wedge \phi_0 \mathbf{u}$$

$$\bar{F}_{vx} = \frac{\phi_0}{\mu_0} \frac{\partial \bar{B}_z(x,y)}{\partial x} = \phi_0 \bar{J}_y \quad \bar{F}_{vy} = \frac{\phi_0}{\mu_0} \frac{\partial \bar{B}_z(x,y)}{\partial y} = -\phi_0 \bar{J}_x$$

Les moyennes sont effectuées sur des surfaces assez petites pour que ces valeurs puissent être considérées comme des grandeurs locales, mais assez grandes pour que les variations rapides de champ magnétique et de densité de courant associées aux vortex soit gommées. Il faut pour cela moyenner sur des surfaces contenant un nombre important, mais pas excessif, de vortex (sic).

Considérons alors un élément de surface $\Delta x \Delta y$ habité par une densité de vortex $\bar{n}_v(x,y)$. Chaque vortex portant le flux ϕ_0 , le flux total de champ magnétique à travers cet élément de surface est $\phi_0 \bar{n}_v(x,y) \Delta x \Delta y$. Le champ moyen local est donc lié à la densité moyenne locale de vortex par la relation:

$$\bar{\mathbf{B}}_z(x,y) = \phi_0 \bar{n}_v(x,y).$$

La force moyenne locale \vec{F}_v sur chacun des vortex est un vecteur du plan (x,y) qui a comme composantes.

$$\vec{F}_{vx} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial \bar{n}_v}{\partial x} \quad \vec{F}_{vy} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial \bar{n}_v}{\partial y}$$

V-5 Résistivité dans l'état mixte

Nous avons vu que la puissance dissipée par le mouvement d'un vortex de longueur unité ayant atteint sa vitesse limite était:

$$P = \frac{J^2 \phi_0^2}{\beta}$$

Si \bar{n}_v est le nombre de vortex par unité de surface la puissance dissipée par unité de volume en présence d'une densité de courant moyen \bar{J} est:

$$P = \frac{\bar{n}_v \phi_0^2}{\beta} \bar{J}^2$$

En rapprochant cette expression des relations de l'électricité on peut identifier la résistivité à (en tenant compte de $\bar{n}_v \phi_0$):

$$P = \frac{\bar{n}_v \phi_0^2}{\beta} \bar{J}^2 = \frac{B_0 \phi_0}{\beta} \bar{J}^2$$

VI Modèle d'état critique

VI-1 Condition de désancrage des vortex

Dans un matériau réel, chaque vortex rencontre des défauts (accidentels ou intentionnels) qui agissent comme des puits de potentiel. Pour sortir un vortex du puits de potentiel dans lequel il est piégé, il faut le soumettre à une force \vec{F}_v supérieure à une force critique de désancrage F_c caractéristique du puits de potentiel concerné.

Mais les puits de potentiel présentent une forte dispersion, d'un point à l'autre de l'échantillon et le long même d'une ligne de vortex, même si ces points sont très rapprochés. Il faut donc transformer les conditions ponctuelles de désancrage en une condition sinon unique à l'échantillon, du moins locale au sens des moyennes telles qu'elles ont été présentées au §IV-

3

Les modèles de champ critique stipulent des conditions de désancrage des vortex en un point (x,y) en fournissant un seuil de densité de courant $\bar{J}(x,y)$ à partir duquel les vortex vont se déplacer. Ce seuil sera noté $\bar{J}_{seuil}(x,y)$.

Typiquement, les vortex entreprennent un déplacement lorsque le critère de désancrage est satisfait et s'arrêtent lorsque, par suite de leur redistribution, la densité de courant \bar{J} n'atteint plus nulle part la valeur critique \bar{J}_{seuil} .

En fait, si $\bar{J}(x,y)$ n'atteint plus en aucun point le seuil fixé, c'est que chacun de ces points vient juste de repasser sous le seuil critique. En effectuant ce raisonnement de proche en proche dès la première pénétration des vortex dans l'échantillon, on peut se convaincre que à l'équilibre, en tout point de l'échantillon, $|\bar{J}|$ ne peut prendre que 2 valeurs:

$$|\bar{J}| = \bar{J}_{seuil} \quad \text{ou} \quad \bar{J} = 0.$$

VI-2 Quelques modèles d'état critique.

Le modèle d'état critique le plus simple est celui de Bean, qui stipule que le seuil de désancrage \bar{J}_{seuil} est simplement J_c et qu'il est le même dans tout l'échantillon, quelle que soit son histoire. Ce modèle est le plus populaire, certainement en raison de son extrême simplicité. Il est malheureusement un peu approximatif et de nombreux autres modèles ont été proposés, sur des considérations théoriques, ou simplement pour ajuster au mieux les courbes expérimentales.

En règle générale, le seuil $\bar{J}_{seuil}(x,y)$ à partir duquel les vortex entrent localement en mouvement autour d'un point $M(x,y)$ s'exprime en fonction de trois grandeurs:

- J_c , un champ critique de référence,
- B_K un champ caractéristique du matériau et de son état métallurgique
- $\vec{B}(x,y)$ le champ magnétique moyen local.

Il existe de nombreux modèles [POO-p.368], parmi lesquels le modèle dit exponentiel où le courant moyen de seuil s'exprime comme:

$$\bar{J}_{seuil}(x,y) = J_c \exp \frac{\vec{B}(x,y)}{B_K}$$

VI-3 Modèle de Bean

Considérons la figure 11 qui représente le voisinage de la surface d'un supraconducteur. On choisit comme état initial celui où le champ extérieur appliqué est \vec{B}_{01} , uniforme à l'extérieur de l'échantillon. Et on suppose que à l'intérieur de l'échantillon, $\vec{B}(x)$ décroît linéairement depuis B_{01} avec une pente constante jusqu'à x_1 où \vec{B} atteint 0 (ligne a).

$$\left| \frac{\partial \vec{B}}{\partial x} \right| = \mu_0 \bar{J} = \mu_0 \bar{J}_{seuil} = \mu_0 J_c$$

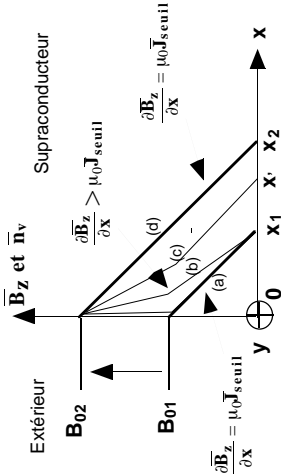


Figure 11:

Avancée imaginaire d'un front de vortex.

les lignes (a - d) interne à l'échantillon représentent à la fois le champ moyen \bar{B} et la densité de vortex \bar{n}_v qui lui est proportionnelle

Nous appelons x_1 le "front de vortex" au-delà duquel $\bar{B}=0$ et en raison de la relation de proportionnalité entre $\bar{B}(x)$ et $\bar{n}_v(x)$, au delà duquel la densité de vortex est nulle.

Le profil que nous avons admis satisfait bien aux règles du §VI-1 stipulant que $|\bar{J}|$ ne pouvait prendre que 2 valeurs $|\bar{J}| = \bar{J}_{seuil}$ ou $\bar{J} = 0$. Reste à montrer qu'il est légitime.

Pour cela, faisons croître le champ extérieur de B_{01} à B_{02} . En l'absence de redistribution immédiate des vortex, \bar{B} est inchangé au sein de l'échantillon, mais en raison la continuité entre B_{02} et \bar{B} , un très fort gradient de champ magnétique s'installe au voisinage immédiat de la surface. Ce gradient provoque un force \bar{F}_v bien supérieure à la force critique de désancrage F_c et les vortex de la zone concernée sont poussés vers l'intérieur du supraconducteur.

Le déplacement des vortex proche de la surface conduit à un nouveau profil de \bar{B} de gradient $\left| \frac{\partial \bar{B}}{\partial x} \right|$ supérieur à $\mu_0 J_c$ jusqu'à x_1 (ligne b). Tous les vortex du domaine $[0, x_1]$ sont alors poussés vers l'intérieur et le front de vortex se déplace en x' , lorsque \bar{B} adopte le profil de la ligne (c). Ce profil n'est encore que passager puisqu'il présente toujours quelque part un gradient de \bar{B} supérieur à $\mu_0 J_c$. Les vortex continuent à être poussés vers l'intérieur du supraconducteur, jusqu'à ce que nulle part le gradient de \bar{B} qui est égal à $\mu_0 \bar{J}$ ne reste supérieur à $\mu_0 J_c$. Cela se produit lorsque le front de vortex atteint x_2 puisque à cette position \bar{B} retrouve sa linéarité (ligne d) et en tout point $\left| \frac{\partial \bar{B}}{\partial x} \right| = \mu_0 J_c$.

Ainsi de proche en proche, avec l'augmentation de B_0 , le front de vortex se déplace pour assurer la condition $\left| \frac{\partial \bar{B}}{\partial x} \right| = \mu_0 J_c$ ou $\bar{J} = 0$.

Examinons maintenant un autre cas de figure de référence, avec la décroissance du champ extérieur à partir de B_{02} (Figure 12). Nous partons de la situation représentée par la ligne (d) de la figure 11. Le vortex est situé en x_2 avec, entre $x=0$ et $x=x_2$, un gradient de \bar{B} égal à $\mu_0 J_c$.

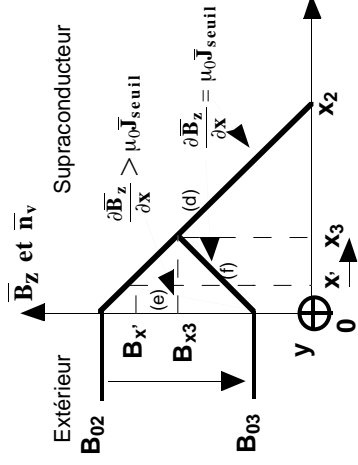


Figure 12

Evolution imaginaire du champ magnétique moyen \bar{B} et de la densité de vortex moyenne \bar{n}_v lors de l'abaissement du champ extérieur de B_{02} à B_{03} .

Abaissons le champ de B_{02} à B_{03} . En l'absence de réorganisation des vortex, le profil de champ magnétique \bar{B} reste tout d'abord inchangé dans le supraconducteur (il est directement proportionnel à \bar{n}_v), sauf au voisinage immédiat de la surface où pour assurer la continuité du champ magnétique, un gradient très fort de \bar{B} se forme. Ce gradient pousse les vortex situés au voisinage de la surface vers l'extérieur et \bar{B} acquiert un profil en ligne brisée représenté par la ligne (e) de la figure 12. \bar{B} croît de B_{03} à $x=0$ à $B_{x'}$ en $x=x'$ et décroît entre x' et x_2 où il atteint 0. Le gradient de \bar{B} étant toujours supérieur au gradient critique $\mu_0 J_c$ entre x et x' , les vortex de ce domaine continuent à être poussés vers l'extérieur et le point de renversement x' se déplace progressivement vers l'intérieur de l'échantillon. Il se stabilise en x_3 qui correspond au point où le gradient de \bar{B} entre $x=0$ et $x=x_3$ devient uniformément $\left| \frac{\partial \bar{B}}{\partial x} \right| = \mu_0 J_c$. Le profil de \bar{B} entre x_3 et x_2 n'est pas modifié le système atteint l'équilibre avec la ligne brisée (f). Il s'agit d'une ligne ou par morceaux $\left| \frac{\partial \bar{B}}{\partial x} \right| = \mu_0 J_c$.

Si le champ extérieur est encore abaissé au point de devenir négatif (figure 13) le point d'inversion se situe en x_4 (ligne g).

En revanche, si de B_{04} le champ magnétique extérieur est augmenté à B_{05} , \bar{B} devient doublement brisée (figure 14 ligne h) avec un point premier de renversement en x_5 et un second en x_4 . Sur chaque segment de la ligne brisée d'équilibre $\mu_0 |\bar{J}| = \left| \frac{\partial \bar{B}}{\partial x} \right| = \mu_0 J_c$.

Les petites oscillations du champ extérieur de faibles amplitudes vont conduire à des profils de \bar{B} de plus en plus brisés, alors que les variations de grande amplitude vont reconstituer des profils de \bar{B} parfaitement linéaires, avec déplacement du front de vortex vers l'intérieur de l'échantillon. Le front de vortex ne se déplacera jamais vers l'origine.

Quelques nouvelles illustrations de ces processus vont être présentées au paragraphe suivant lors de la présentation des cycles d'hystérésis des supraconducteurs de type II.

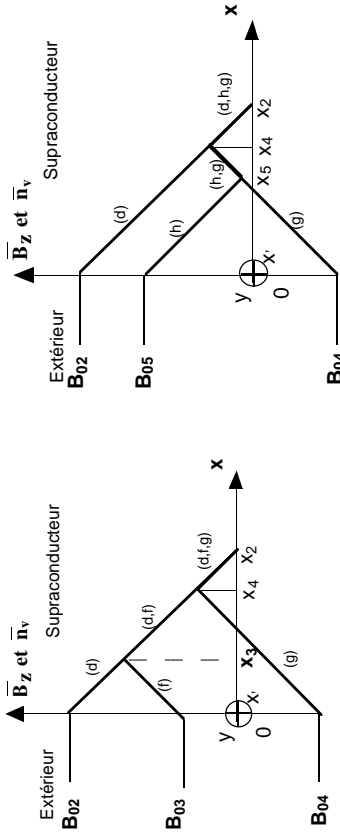


Figure 13: Evolution imaginaire du champ magnétique moyen \bar{B} et de \bar{n}_v la densité de vortex moyenne lors d'un nouvel abaissement du champ extérieur de B_{03} à B_{04}

Figure 14: Evolution imaginaire du champ magnétique moyen \bar{B} et de \bar{n}_v la densité de vortex moyenne lors de l'accroissement du champ extérieur de B_{04} à B_{05} .

VII Courbes d'aimantation d'un supraconducteur de type II

VII- 1 Aimantation d'un échantillon.

Une mesure effectuée à l'aide d'un magnétomètre fournit l'aimantation totale \mathbf{M} de l'échantillon. Comme nous l'avons vu au chapitre III, \mathbf{M} est la résultante sur tout l'échantillon de la différence entre \mathbf{B} et \mathbf{H} soit:

$$\mathbf{M} = \int_{\text{échantillon}} \left[\frac{\mathbf{B}(\mathbf{r})}{\mu_0} - \mathbf{H}(\mathbf{r}) \right] d\mathbf{r} = \int_{\text{échantillon}} \frac{\mathbf{B}(\mathbf{r})}{\mu_0} d\mathbf{r} - \int_{\text{échantillon}} \mathbf{H}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$$

Dans le cas d'un échantillon de facteur de forme $N = 0$ (cylindre infiniment long), il n'y a pas de champ démagnétisant et \mathbf{H} est simplement le champ extérieur. On a donc :

$$\mu_0 \mathbf{H} = \mu_0 \mathbf{H}^0 = \mu_0 \mathbf{B}^0$$

L'intégrale sur $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ s'exprime en fonction du nombre de fluxons

$$\int_{\text{échantillon}} \mathbf{B}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \int_{\text{échantillon}} \mathbf{B}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = L \int_{\text{section}} \bar{n}_v(x,y) \phi_0 dS = N_V L \phi_0$$

où L est la longueur de l'échantillon, $dS = dx dy$ un élément de section perpendiculaire aux lignes vortex et N_V le nombre total de lignes de vortex dans l'échantillon. Avec V le volume total de l'échantillon, l'aimantation totale s'écrit:

$$\mathbf{M} = N_V L \frac{\phi_0}{\mu_0} - V \frac{B_0}{\mu_0}$$

VI-2 Processus d'aimantation d'un échantillon rectangulaire

Considérons un échantillon de forme parallélépipédique tel que celui représenté à la figure 15, dont les cotés $c \gg b \gg a$. Appliquons le champ magnétique extérieur $\mathbf{B}_0 = \mu_0 \mathbf{H}_0$ suivant l'axe Oz .

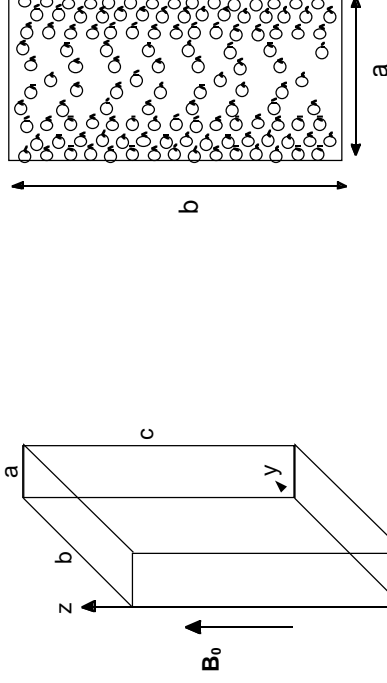


Figure 15 : Echantillon dont on détermine l'aimantation. La figure de droite représente un état particulier de distribution de vortex

Les filaments de vortex seront dirigés suivant Oz et le plan perpendiculaire représenté à la figure 13 montrent leur trace. Contrairement à leur distribution à la figure 11 du chapitre VIII, les vortex font apparaître un gradient de densité qui ne se manifeste que dans la direction Ox en raison de la géométrie $b \gg a$. Cela revient à oublier les effets de bord auxquels contribueraient les vortex qui pénétreraient dans l'échantillon par les extrémités de la coupe rectangulaire de la figure 15.

Suivons à la figure 16 le processus d'aimantation de l'échantillon avec les différentes étapes allant de (a) à (e). Dans chacun des cas est représenté:

- La distribution \bar{n}_v des vortex
- Le champ \mathbf{H} uniforme dans l'échantillon. $\mu_0 \mathbf{H} = \mathbf{B}_0$
- Le profil du champ \bar{B} dirigé suivant Oz .
- La densité d'aimantation I , représentée sur par la surface hachurée entre $\mu_0 \mathbf{H}$ et \bar{B} . Elle est affectée du signe de sa contribution: $I = \mathbf{B} - \mathbf{H}$. \mathbf{M} est proportionnel à l'aire de la surface hachurée.

- La densité de courant \bar{J} dirigée suivant Oy , dont le signe peut être positif, lorsque le courant s'enfonce dans la figure, ou négatif lorsqu'il est dirigé vers le lecteur.

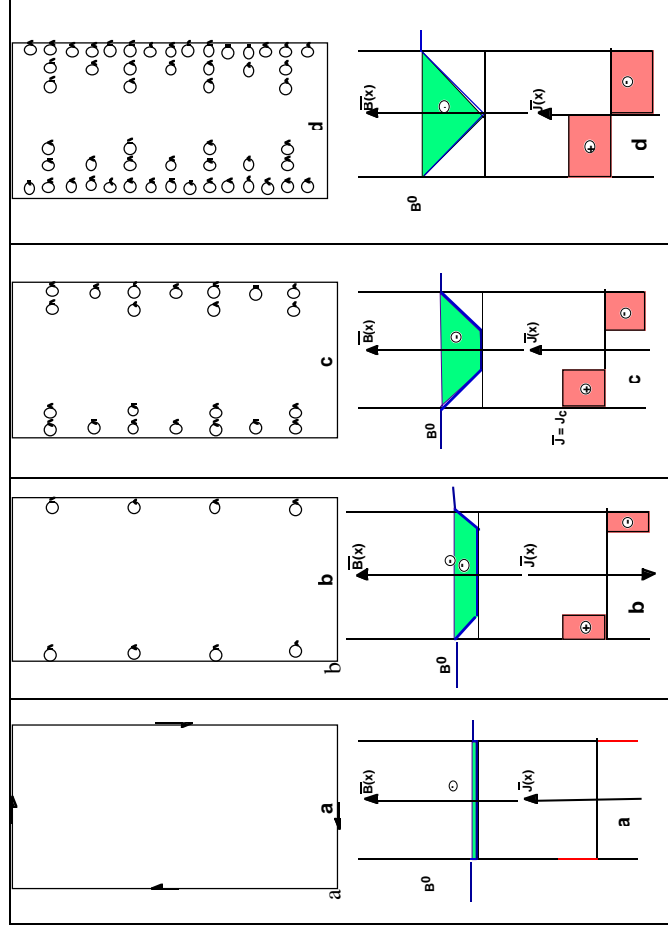


Figure 16:

Evolutions de la densité de vortex \bar{n}_v , du champ moyen \bar{B} et de la densité de courant \bar{J} dans l'échantillon représenté à la figure 15, avec l'augmentation du champ magnétique extérieur B_0 .
 \bar{J} soit nul, soit égal à $\pm J_c$
 Le Champ H est uniforme dans l'échantillon et égal à B_0/μ_0 .
 L'aimantation de l'échantillon est directement proportionnel à l'aire hachurée comprise entre la ligne de B_0 et de \bar{B} . Le signe des contributions est indiqué.
 Les champs appliqués sont situés à la figure 17.

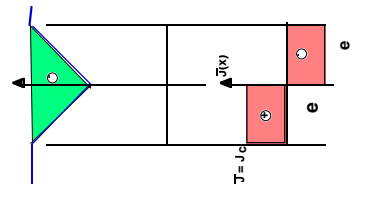


Figure 17:

Courbe de première aimantation d'un supraconducteur de type II: supraconducteur doux, modèle de Bean, résultat expérimental
 Les points (a-e) correspondent aux références de la figure 16

(a) $H = B_0 / \mu_0$ est très faible et on est dans le régime Meissner. $I = -H$

(b-c) H est légèrement supérieur à H_{c1} et les premiers vortex pénètrent dans l'échantillon à partir de la surface. \bar{B} et \bar{n}_v décroissent depuis les surface extérieures avec un front de vortex qui progresse vers l'intérieur de l'échantillon. Simultanément, l'aire hachurée et l'aimantation associée croissent.

d) Les fronts de vortex se rejoignent et l'aire hachurée atteint sa valeur maximale.

e) Pour garder le gradient de \bar{B} égal à $\mu_0 J_c$, \bar{B} et \bar{n}_v effectue un croissement uniforme. L'aire hachurée reste inchangée.

VI-3 Courbe de première aimantation

la courbe de première aimantation d'un supraconducteur dur dans le modèle de Bean est représentée à la figure 17/. Elle est comparée à une courbe expérimentale typique de supraconducteur dur et à celle théorique d'un supraconducteur idéalement doux.

Plusieurs remarques sont à faire:

i) Dans le modèle de Bean, comme dans l'expérience, il n'y a aucun décrochement à H_{c1} . Ce décrochement nécessitait que les vortex soit très mobile et que dès leur formation, ils s'enfoncent dans le cœur du matériau pour se distribuer régulièrement.

ii) Le modèle de Bean conduit à une saturation au point c, alors que dans l'expérience, l'aimantation décroît. Ce modèle ne prévoit pas le retour de l'aimantation à 0 pour le champ H_{c2} . C'est un défaut du critère de mobilité trop simpliste de ce modèle. Il fait comme si on pouvait mettre une densité de vortex infinie et on ne tient jamais compte qu'ils peuvent devenir tangents. C'est pour pallier à cette difficulté que des modèles plus élaborés d'état critique ont été introduits. Le modèle exponentiel est en général assez satisfaisant.

VI-4 Cycle d'hystérésis

Avec la décroissance du champ, les profils de \bar{B} et \bar{n}_v se transforment en lignes brisées selon le mécanisme décrit au paragraphe IV-3. Le lecteur pourra se convaincre facilement de la succession des situations représentées figure 18 et du cycle d'hystérésis de la figure 19.

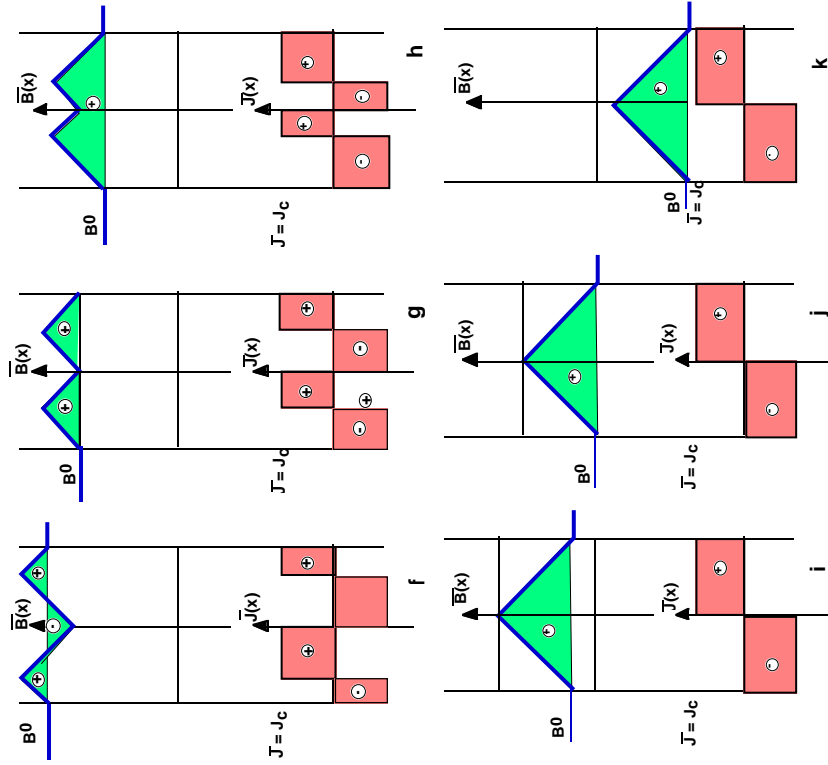


Figure 18: Evolutions de la densité de vortex \bar{B} et de la densité de courant \bar{J} dans l'échantillon représenté à la figure 15, avec la décroissance du champ magnétique extérieur B_0 . \bar{J} soit nul, soit égal à $\pm J_c$. Le Champ H est uniforme dans l'échantillon et égal à B_0/μ_0 . L'aimantation de l'échantillon est directement proportionnel à l'aire hachuré comprise entre la ligne de B_0 et de \bar{B} . Le signe des contributions est indiqué. Les champs appliqués sont situés à la figure 19.

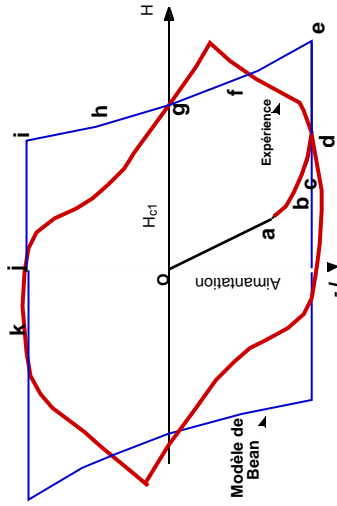


Figure 19.

Cycle d'hystérésis d'un supraconducteur dur
-Expérimental

-Prévu par le modèle de Bean

En fonction de la mobilité des vortex, toutes les variantes de cycles d'hystérésis sont possibles, entre un cycle totalement réversible de supraconducteur infiniment doux (figure 12 chapitre VIII) et celui fortement irréversible d'un supraconducteur très dur.

VI-5 Aimantation d'un cylindre creux

L'aimantation et la désaimantation d'un cylindre creux peuvent être suivies sur la figure

20

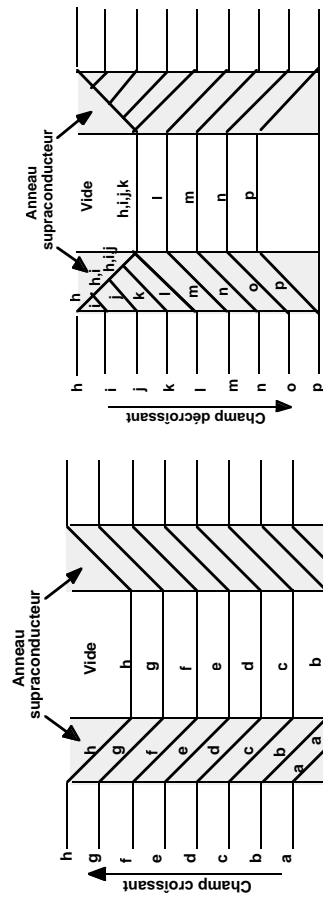


Figure 20: Evolution du champ magnétique B dans un cylindre creux de supraconducteur dur de type II

On observe qu'il y a différence entre le niveau de champ extérieur qui représente $\mu_0 H$ et le niveau intérieur qui représente B , dans le supraconducteur mais aussi dans le vide central. Puisque la différence $B - \mu_0 H$ n'est autre que l'aimantation, cela prouve que le vide central s'aimante. C'est particulièrement vrai en p, où le plus gros de l'aimantation rémanente est celle du vide central.

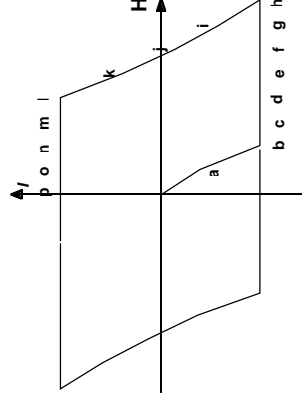


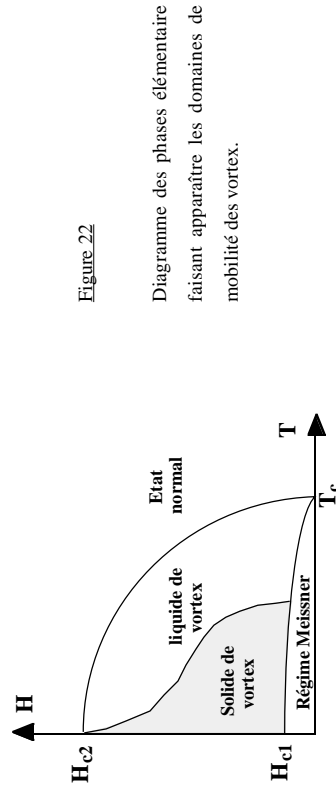
Figure 21.

Cycle d'hystérésis d'un cylindre creux de supraconducteur dur de type II

VII Diagrammes des phases

Nous avons présenté plusieurs fois le diagramme des phases d'un supraconducteur en l'enrichissant progressivement et en finissant pour les supraconducteur de type II, avec les trois types de régime: Meissner, Shubnikov et supraconductivité de surface.

Il existe toute une variante de diagramme des phases qui font apparaître le comportement des vortex en fonction du champ et de la température. La figure 22 montre un des diagrammes le plus simples.



Une première caractéristique des vortex est celle de leur mobilité avec la propriété essentielle:

- vortex piégés -----> résistivité nulle en courant continu
- vortex mobiles -----> résistivité non nulle en courant continu.

C'est donc une information prioritaire que on fera figurer sur les diagrammes (figure 22), sachant que le comportement des vortex dépend fortement de l'état métallurgique de l'échantillon: présence ou non de centres de piégeages. On parlera de solide de fluxons et de liquide de fluxons.

Dans les solides de fluxons on peut distinguer les verres de fluxons (arrangements irréguliers) et les cristaux de fluxons, qui selon différents paramètres peuvent faire partie de groupes d'espace à 2 dimensions différents.

Et puis il y a les défauts: probablement des dislocations de réseau de vortex(?).

Par lithographie il est aussi possible de faire des trous microscopiques dans un film mince et donc un vortex artificiel qui, pour garder une image métallurgique, agira comme un défaut ponctuel. On peut aussi produire un arrangement périodique de micro-trous et voir le comportement des vortex dans ce milieu au sein duquel des surstructures se profilent.

La dynamique des vortex est un monde. On parle de plasma de vortex et ce serait bien étonnant que personne n'ait imaginé le passage de vortex dans les nouveaux supraconducteurs où les plans tunnel. A quand le transistor à vortex ?

Et que dire des vortex dans les nouveaux supraconducteurs où les plans supraconducteurs peuvent être assez éloignés.

Tout finit par se placer sur un diagramme de phases!